

Chapitre IV de Cowling - Haagerup.

Rappel: $G = SU(n, 1)$ ou $Sp(n, 1)$ ou $F_{4(-20)}$ de décomposition d'Iwasawa $G = KAN$
 où N est de type H avec $\begin{array}{c|c|c|c} G & SU(n, 1) & Sp(n, 1) & F_{4(-20)} \\ \hline p & n-1 & 2n-2 & 4 \\ q & 1 & 3 & 7 \end{array}$ $\mathfrak{N} = \mathfrak{N} \oplus \mathfrak{Z}$

$A \cong \mathbb{R}$ (en général, A groupe commutatif $\mathbb{R}^n$ avec n rang de l'algèbre)
 $= \{e^{\pm tH} : t \in \mathbb{R}\}$, $H \in \mathfrak{a}$ choisi pour que $\mathfrak{N} = \{x \in \mathfrak{g} : [H, x] = x\}$
 $\mathfrak{Z} = \{x \in \mathfrak{g} : [H, x] = 2x\}$

Notation: $(v, z) = e^{v + \frac{z}{q}}$, $a_s = e^{(\log s) \frac{H}{2}}$

Aujourd'hui: on travaille avec $S = AN$

Rappel: S est un sous-groupe: $a_s \cdot (v, z) \cdot a_s \cdot (v', z') = a_s a_s \cdot (a_s^{-1} (v, z) a_s \cdot (v', z'))$
 $= a_s \cdot \left(\frac{v}{\sqrt{s}} + v', z + \frac{z'}{s} + \frac{2}{\sqrt{s}} [v, v'] \right) \cdot \left(\frac{v'}{\sqrt{s}}, \frac{z'}{s} \right)$

ou dérive /s et on voit que les deux expressions satisfont la même é.d.

On avait introduit $u_\lambda : N \rightarrow \mathbb{C}$

$$u_\lambda(v, z) = ((1 + |v|^2)^2 + |z|^2)^{-\frac{\lambda + r}{2}}$$

On avait aussi introduit $\varphi_\lambda : G \rightarrow \mathbb{C}$ "fonction sphérique généralisée"

et on avait montré que si $\int_N u_\lambda(n') dn' = 1$, alors $\varphi_\lambda(a_s n) = s^{-\frac{\lambda + r}{2}} \int_N u_\lambda(n^{-1} a_s^{-1} n' a_s) u_\lambda(n') dn'$

Théorème 4.3: si $\lambda = \beta + ir$, $\beta \in]-r, r[$, alors il existe C (qui dépend de p et q)

$$\text{telle que } \|\varphi_\lambda|_S\|_{B(S)} \leq C(r - |\beta|)^{-1} e^{10|r|} \text{ et } \lim_{\beta \rightarrow r} \|\varphi_\lambda|_S\|_{B(S)} \leq \begin{cases} 1 & \text{si } G = SU(n, 1) \\ 2n-1 & \text{si } G = Sp(n, 1) \\ 2 & \text{si } G = F_{4(-20)} \end{cases}$$

N.B.: φ_β tend unif⁺ vers 1 sur tout compact. Mais φ_β n'est pas à support fini et même pas dans $A(S)$. Il faut donc un argument supplémentaire pour démontrer le Théorème principal

Rappel: formule de Plancherel pour N : si $u \in C_c^\infty(N)$, alors

$$u(0, 0) = c(p, q) \int_{S_g} \int_0^\infty \text{tr}(\sigma_{v, w}(u)) v^{r-1} dv dw \quad \text{où } c(p, q) = \frac{2^{2-p-2q} \sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{1}{2}) \Gamma(\frac{2p+q+1}{2})}$$

$\uparrow$ proba sur S_g

et $\sigma_{v, w}$ est la représentation de N sur $\mathfrak{h}_{g, v, w} = \{ \xi : \mathfrak{N} \xrightarrow{\text{hol}} \mathbb{C} : \int_{\mathfrak{N}} |\xi(v)|^2 e^{-2v|w|^2} dv < \infty \}$

On considère $I_v : \mathfrak{h}_{g, v, w} \rightarrow \mathfrak{h}_{g, v, w}$, $I_v \xi(v) = v^{\frac{p}{2}} \xi(\sqrt{v} v)$ c'est un unitaire
 et on note $\tau_{v, w}(n) = I_v^{-1} \sigma_{v, w}(n) I_v \in \mathcal{U}(\mathfrak{h}_{g, v, w})$

Cela donne la formule de Plancherel (bis) : si $u, \tilde{u} \in C_c^\infty(N)$,
$$\int_N u(n) \tilde{u}(n^{-1}) dn = c(p, q) \int_{S_2} \int_0^\infty \text{tr}(\tau_{v,w}(u) \tau_{v,w}(\tilde{u})) v^{r-1} dv dw$$

preuve : considérer $u \neq \tilde{u}$

Calculons pour φ_χ : posons $\tilde{u}(n') = u_\chi(n'^{-1}) = u_\chi(n')$ et $\tau_{v,w}(\tilde{u}) = \tau_{v,w}(u_\chi)$
 $u(n') = u_\chi(n'^{-1} a_s^{-1} n a_s)$.

Claim : $\tau_{v,w}(u) = \tau_{v,s,w}(n) \tau_{v,s,w}(u_\chi)$

preuve : $\int \tau_{v,w}(n') u(n') dn' = [\text{par le chgt de var. } n'' = a_s^{-1} n' a_s, dn' = s^{\frac{2p}{2}+q} dn'' = s^r du'']$
 $= \int_N \tau_{v,w}(a_s n'' a_s^{-1}) u_\chi(n'^{-1} n'') s^r dn'' = [\text{par le chgt de var. } n' = n'^{-1} n'']$
 $= \int_N \tau_{v,w}(a_s n n' a_s^{-1}) u_\chi(n'') s^r dn''$

et $\tau_{v,w}(a_s n a_s^{-1}) \xi(w) = v^{-\frac{q}{2}} (\tau_{v,w}(n_s) I_v \xi) \left(\frac{w}{\sqrt{v}} \right) = v^{-\frac{q}{2}} e^{-v(s|w|^2 + 2\sqrt{s}\{w, \frac{w}{\sqrt{s}}\} + i\langle s_2, w \rangle)} \int \xi(v\sqrt{s}v + w)$
 $n = (vz)$ $n_s = (v\sqrt{s}, zs)$ $= e^{-sv(|v|^2 + 2\{v, \frac{w}{\sqrt{s}v}\} + i\langle z, w \rangle)} \xi(v\sqrt{s}v + w)$

[en remplaçant v par vs et s par 1] $= \tau_{v,s,w}(n) \xi(w)$

et $\tau_{v,w}(u) = \int_N \tau_{v,s,w}(n) \tau_{v,s,w}(n') u_\chi(n')^r dn'$
 $= \tau_{v,s,w}(n) \tau_{v,s,w}(u_\chi) s^r$

Conclusion : par Plancherel (bis) $\varphi_\chi(a_s n) = s^r s^{-\frac{\lambda+r}{2}} c(p, q) \int_{S_2} \int_{\mathbb{R}^{+*}} \text{tr}(\tau_{v,w}(n) \tau_{v,w}(u_\chi) \times \tau_{v,w}(u_\chi)) v^{r-1} dv dw$

Soit $(e_{j,w})_{j \in \mathbb{N}^p}$ une b.o.n de $\mathfrak{h}_{j,w}$ de polynôme homogène avec $d e_{j,w} = |j|$

Si $A \in \mathcal{S}'(\mathfrak{h}_{j,w})$, $\text{tr} A = \sum_j \langle A e_{j,w}, e_{j,w} \rangle$. On avait montré que

$A e_{j,w} = T(v, -\lambda, |j|) T(v, \lambda, |j|) \tau_{v,s,w}(n) e_{j,w}$ car I_v laisse stable le polynôme homogène de degré d .
non rigoureux de pouvoir intervenir Σ et $\int$

Donc $\varphi_\chi(a_s n) = \sum_{j \in \mathbb{N}^d} \varphi_{\chi,j}(a_s n)$ où $\varphi_{\chi,j}(a_s n) = s^{\frac{r-\lambda}{2}} c(p, q) \int_{S_2} \int_0^\infty T(v, -\lambda, |j|) T(v, \lambda, |j|) \times (\tau_{v,w}(n) e_{j,w}, e_{j,w}) v^{r-1} dv dw$

Soit $w \in S_2$. On pose $\mathfrak{h}_{j,w} = \{ \xi : \mathbb{R}^{+*} \rightarrow \mathfrak{h}_{j,w} \}$ en vue de pouvoir reconnaître $\varphi_{\chi,j}$ comme élément de $\mathcal{B}(\mathcal{S})$ [i.e., trouver π rep. unitaire smth, $\xi, \eta \in \mathcal{S}$ tels que $\varphi = \langle \pi(\cdot) \xi, \eta \rangle$].

et on munit $\mathfrak{h}_{j,w}$ de $\|\xi\|^2 = c(p, q) \int_0^\infty \|\xi(w)\|^2 v^{r-1} dv$.

On pose $\tau_w(a_s n) \xi(v) = s^{\frac{r}{2}} \tau_{v,s,w}(n) \xi(vs)$.

Claim 2 : τ_w est une rep. unit de $AN = S$.

Posons $\Xi_{j,\lambda,\omega}(v) = v^{-\frac{\lambda}{2}} T(v, \lambda, |j|) e_{j,\omega}$
 $H_{j,\lambda,\omega}(v) = \overline{v^{\frac{\lambda}{2}} T(v, -\lambda, |j|) e_{j,\omega}}$ } Ce sont des vecteurs de $\mathcal{H}_{\omega}$.
 Calculons leur norme!

$$\|\Xi_{j,\lambda,\omega}\|^2 = \int_0^\infty |v^{-\frac{\lambda}{2}} T(v, \lambda, |j|)|^2 v^{r-1} dv =: N_{|j|}(\lambda)^2 \text{ et } \|H_{j,\lambda,\omega}\| = N_{|j|}(-\lambda) c(p,q)^{\frac{1}{2}}$$

$$\langle z_\omega(a_n) \Xi_{j,\lambda,\omega}, H_{j,\lambda,\omega} \rangle = c(p,q) \int_0^\infty dv v^{r-1} \frac{v^{\frac{\lambda}{2}}}{v^{\frac{\lambda}{2}}} T(v, \lambda, |j|) T(v, -\lambda, |j|) \langle z_{\omega,\omega}(u) e_{j,\omega}, e_{j,\omega} \rangle v^{\frac{\lambda}{2}} (v)^{-\frac{\lambda}{2}}$$

$$\varphi_{\lambda,j}(a_n) = \int_{S_{\mathbb{H}^n}} \langle z_\omega(a_n) \Xi_{j,\lambda,\omega}, H_{j,\lambda,\omega} \rangle d\omega = \text{moyenne} / S_{\mathbb{H}^n}$$

$$\|\varphi_{\lambda,j}\|_{B(S)} \leq \int_{S_{\mathbb{H}^n}} \|\Xi_{j,\lambda,\omega}\| \|H_{j,\lambda,\omega}\| d\omega = c(p,q) N_{|j|}(\lambda) N_{|j|}(-\lambda).$$

Or c'est l'expression qu'on avait obtenue la dernière fois!

On avait montré que si $\lambda = \beta + i\gamma$, $0 \leq \beta \leq r$, $N_\lambda(\lambda) \leq \frac{C(p,q) e^{2|\gamma|}}{\sqrt{r-\beta}}$ et $\sqrt{r-\beta} N_\lambda(\beta) \xrightarrow{\beta \uparrow r} 1$

- Proposition [4.2] Si $\lambda = \beta + i\gamma$ et $-r \leq \beta \leq r$, alors
- ① $N_\lambda(\lambda) N_\lambda(-\lambda) \leq \frac{C(p,q) (1+|j|)^{-|\beta|} e^{2|\gamma|}}{r-|\beta|}$
 - ② $N_\lambda(\beta) N_\lambda(-\beta) \leq c(p,q) (1+|j|)^{-|\beta|}$
 - ③ $N_\lambda(\beta) N_\lambda(-\beta) \xrightarrow{\beta \uparrow r} 2^{r-1} \Gamma(r) \prod_{k=1}^d \frac{2k-q-1}{2k+2p+q-1}$

Remarque: si q impair (et toujours pair pour nous!), cette dernière limite est $= 0$ sauf si $d \leq \frac{q-1}{2}$.

(si $d > \frac{q+1}{2}$, $2k-q-1=0$ si $k = \frac{q+1}{2}$)

Cette proposition implique le th 4.3: $\sum_j \|\varphi_{\lambda,j}\|_{B(S)} \leq C(p,q) \sum_{d \geq 0} \underbrace{\binom{p+d-1}{d}}_{\leq (p+d)^{p-1}} (r-|\beta|)^{-1+|\gamma|} e^{2|\gamma|} \frac{1}{(1+|d|)^B}$
 $\leq C(p,q) (r-|\beta|)^{-1+|\gamma|} e^{2|\gamma|}$ si $p-1-|\beta| < -1-\varepsilon$ i.e. $|\beta| > p+\varepsilon$.

Donc $\|\varphi_\lambda|_S\|_{B(S)} \leq C(p,q) (r-|\beta|)^{-1+|\gamma|} e^{2|\gamma|}$ si $|\beta| > p+\varepsilon$.

Or $\lambda \mapsto \varphi_\lambda$ est holomorphe. Par le théorème de trois droites,

$$\|\varphi_\lambda|_S\|_{B(S)} \leq C(p,q) e^{10|\gamma|} \text{ si } |\beta| \leq p+\varepsilon$$

De plus, $\lim_{\beta \uparrow r} \|\varphi_\lambda|_S\|_{B(S)} \leq \lim_{\beta \uparrow r} \sum_d c(p,q) N_{|j|}(\beta) N_{|j|}(-\beta)$
 $\stackrel{\text{③}}{\leq} \sum_d c(p,q) \binom{p+d-1}{d} 2^{r-1} \Gamma(r) \prod_{k=1}^d \frac{2k-q-1}{2k+2p+q-1}$

[SU(n,1)] Si $q=1$, cette somme contient seulement le terme $d=0$: $c(p,q) 2^p p! = 1$

[Sp(n,1)] Si $q=3$, ... $d=0$ et $d=1$: or $c(p,q) = \frac{2^{2-q-p} \sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{q}{2}) \Gamma(\frac{2p+q+1}{2})} = \frac{2^{-4} \sqrt{\pi} 2^{2n}}{\sqrt{\pi} (2n-1)!} = \frac{2^{-1-2n}}{(2n-1)!}$
 et la $\sum_d = \frac{2^{-1-2n}}{(2n-1)!} 2^{2n} (2n)! \left(1 + \frac{(2n-2) \times 2}{2^{2n}} \right) = 2n-1$

Idee de la preuve: l'éq. fonctionnelle! Si $\beta > 0$, $(\frac{\lambda}{2})^{\frac{\lambda}{2}} \frac{\Gamma(\frac{\lambda+1}{2}) \Gamma(\frac{\lambda+r}{2})}{\Gamma(\frac{2\lambda+1}{2}) \Gamma(\frac{2\lambda+2p+1}{2})} T(v, \lambda, d)$ est impaire. Donc $N_\lambda(-\lambda) = 2^{\frac{\beta}{2}} \frac{\Gamma(\frac{\lambda+r}{2})}{\Gamma(\frac{\lambda+1}{2})} \frac{\Gamma(\frac{2\lambda+1}{2})}{\Gamma(\frac{2\lambda+2p+1}{2})} N_\lambda(\lambda)$ et donc $N_\lambda(\lambda) N_\lambda(-\lambda) = 2^{\frac{\beta}{2}} \frac{\Gamma(\frac{\lambda+r}{2})}{\Gamma(\frac{\lambda+1}{2})} \frac{\Gamma(\frac{2\lambda+1}{2})}{\Gamma(\frac{2\lambda+2p+1}{2})} c(p,q) (r-\beta)^{-1+|\gamma|}$

Il reste donc seulement de T à estimer!

Le $\frac{1}{r-1}$ disparait: il y a $r(-\frac{1}{2})$ au dénominateur qui le compense!

11/5/2012

Rappel: le but du GT est de montrer que $\Lambda_{\text{cl}}(Sp(n,1)) = 2n-1$. On a déjà montré $\geq$

$$— (SU(n,1)) = 1$$

$$— (F_{4(-20)}) = 21$$

• Or $G = SU(n,1) = \{u \in \mathbb{C}^{n+1} \mid u \text{ lin qui préserve } \langle z, z' \rangle = \sum_{i=1}^n z_i \bar{z}_i - z_{n+1} \bar{z}_{n+1}\}$

$$G = Sp(n,1) = \{H^{n+1} \mid \dots\}$$

sont des groupes de Lie simples de rang réel $r=1$: $\exists K$ sous-groupe compact maximal

$\exists A$ groupe abélien $\simeq \mathbb{R}^r$ avec $r=1$
 A est maximal et ceux-ci sont conjugués

$\exists N$ groupe nilpotent $K \rtimes A \rtimes N \rightarrow G$
 $(k, a, n) \mapsto kan$

• Si $G = Sp(n,1)$ ou $SU(n,1)$ ou $F_{4(-20)}$, N est un groupe de type Heisenberg

• $\Lambda_{\text{cl}}(G) \leq \mathbb{C} \iff \exists (\varphi_n) \subset A(G) = VN(G)_*$ $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_n \rightarrow 1 \text{ unif}^t \text{ sur les compacts de } G \\ \|\varphi_n\|_{H_0 A(G)} \leq C \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} \text{où } \|\varphi\|_{H_0 A(G)} &= \sup_{g_1, \dots, g_n \in G} \|\text{Mult. de Schur par } (\varphi(g_i g_j^{-1}))_{i,j}\|_{M_n \mathbb{C}} \\ &= \|\lambda(t) \mapsto \lambda(\varphi t)\|_{\text{cl}(G/G \cap Z)} \\ &= \inf_{\substack{\xi, \eta: G \rightarrow H \text{ c.t.} \\ \varphi(s^{-1}t) = \langle \xi(s), \eta(t) \rangle}} \sup_{\substack{\xi, \eta: G \rightarrow H \text{ c.t.} \\ \varphi(s^{-1}t) = \langle \xi(s), \eta(t) \rangle}} \|\xi\| \|\eta\| \\ &= \inf_{\substack{\pi: G \rightarrow U(H) \text{ continue} \\ \xi, \eta \in H \text{ avec } \varphi(t) = \langle \pi(t)\xi, \eta \rangle}} \|\xi\| \|\eta\| =: \|\varphi\|_{B(G)} = \|\lambda \mapsto \int \varphi t\|_{\text{cl}(G)^*} \end{aligned}$$

Remarque: Si G est moyennable, i.e., $C^*(G) = G^*(G)$, alors $\|\varphi\|_{B(G)} = \|\varphi\|_{H_0 A(G)}$
 En fait, $\geq$ est toujours vrai et $\leq$ vient de ce que $\|\varphi\|_{B(G)} = \|\lambda(t) \mapsto \int \varphi t\|_{\text{cl}(G)^*} \leq \|\varphi\|_{H_0 A(G)}$
 car $\lambda \mapsto \int \lambda$ n'est pas un caractère

Remarque: on note $S = AN = \{an : a \in A, n \in N\}$, S est un sous-groupe moyennable de $C^*(G)$.

Prop: Si $\varphi: G \rightarrow \mathbb{C}$ est continue avec $\varphi(hu h') = \varphi(h)$ pour $u \in G$ et $h, h' \in K$,
 alors $\|\varphi\|_{H_0 A(G)} = \|\varphi|_S\|_{B(S)}$

Dém: $\|\varphi\|_{H_0 A(G)} = \|\varphi|_S\|_{B(S)}$ car $\geq$ est évident
 $\leq$: si $g_1, \dots, g_n \in G$, Iwasawa donne h_i, s_i tels que $g_i = h_i s_i$
 et alors $\varphi(g_i g_j^{-1}) = \varphi(h_i s_i s_j^{-1} h_j^{-1}) = \varphi(s_i s_j^{-1})$

De plus, $\|\varphi|_S\|_{H_0 A(S)} = \|\varphi|_S\|_{B(S)}$ car S est moyennable.

Notation: On va plutôt considérer $A \simeq (\mathbb{R}^{++}, \times)$, si $\lambda \in \mathbb{C}$, on va noter

$$\chi_\lambda: A \rightarrow \mathbb{C} \quad a \mapsto a^\lambda = e^{\lambda \log a} \quad g \mapsto s$$

Notons $M = \{x \in G : x^{-1}ax = a \text{ pour } a \in A\}$ et étendons χ_x en un morphisme $\chi_x : \text{MAN} \rightarrow \mathbb{C}$
 groupe!
 $\text{man} \mapsto \chi_x(a)$

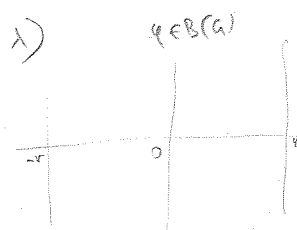
On introduit $\pi_x : G \rightarrow B(H_x)$, $\pi_x = \text{ind}_{\text{MAN}}^G(\chi_x)$

On avait vu qu'on peut voir $\pi_x(x) \subseteq B(L^2(K))$ et que π_x est unitaire si $\lambda \in i\mathbb{R}$

On définit alors $\varphi_x(u) = \langle \pi_x(u) \mathbb{1}, \mathbb{1} \rangle_{L^2(K)}$. Si $\lambda \in i\mathbb{R}$, $\varphi_x(u) \in B(G)$ et $\|\varphi_x\|_{B(G)} \leq 1$.

Théorème monté :

- $\varphi_x \equiv 1$ si $\lambda = r$ ou $\lambda = -r$ avec r un entier qui dépend de G .
- $\lambda \mapsto \varphi_x$ est holomorphe de $\mathbb{C}$ dans $\mathcal{C}(G)$, topologie sur les compacts
- $\varphi_x(kxk') = \varphi_x(u)$.
- si $\lambda = \beta + i\gamma$ avec $|\beta| < r$, $\varphi_x|_S \in B(S)$ et $\|\varphi_x|_S\|_{B(S)} \leq \frac{Ce^{10|\beta|}}{r-|\beta|}$
- $\limsup_{\beta \rightarrow r} \|\varphi_\beta\|_{B(S)} \leq 2m-1$



Pb On n'a pas encore gagné car $\varphi_x \notin A(G)$

Sol Si $\beta \in]-r, r[$ et $m > 0$, soit $\varphi_{\beta, m}(u) = \frac{m}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-mt^2} \varphi_{\beta + it}(u) dt$ avec $\frac{m}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{m}{2}t^2}$ dt une proba.

Prop : Si $|\beta| < r$ et $m > 0$, $\varphi_{\beta, m} \in A(G)$

Cor : $\Lambda_{\text{dr}}(G) \leq 2m-1$

Preuve : soit $|\beta| < r$; alors $\limsup_{m \rightarrow \infty} \|\varphi_{\beta, m}|_S\|_{B(S)} \leq \|\varphi_\beta\|_{B(S)}$ [on utilise que $\varphi_{\beta + it}$ va vers une mesure de Dirac et que la gaussienne $e^{-\frac{m}{2}t^2}$ s'intègre contre $e^{10|\beta|}$]

Donc il existe m_β tel que $\|\varphi_{\beta, m_\beta}|_S\|_{B(S)} \leq (1+\epsilon)\|\varphi_\beta\|_{B(S)}$;

on fait $\beta \rightarrow r$: $\lim_{\beta \rightarrow r} \lim_{m \rightarrow \infty} \varphi_{\beta, m} \equiv 1$

Preuve : $\lambda \mapsto f(\lambda)$ est holomorphe et $\int_{\mathbb{R}} f(z) dz = 0$

où $f(z) = \frac{m}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{m}{2}(z-\beta)^2} \varphi_x$. De plus, $\int_{|\text{Im } z|=R} \|f(z)\|_{B(S)} = e^{-\frac{m}{2}R^2} \frac{\|\varphi_x\|_{B(S)}}{O(e^{10R})} \xrightarrow{R \rightarrow \infty} 0$

Donc $\varphi_{\beta, m} = \int_0^{+\infty} \varphi_{\beta + it} \frac{m}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{m}{2}(it-\beta)^2} dt$

Proposition : si $g \in L^1(\mathbb{R})$, alors $\pi \mapsto \int g(t) \varphi_{it}(x) dt \in A(G)$ et sa norme $\leq \|g\|_{L^1(\mathbb{R})}$

Preuve : Le théorème de Harish-Chandra donne une décomposition de $\chi = \text{rep. rég. à gauche sur } L^2(G)$ comme intégrale directe de rep. irréductibles : $\int_0^\oplus \pi_{it} dt$ χ , i.e., χ est une sous-représentation de χ .

Or $\varphi_{it}(u) = \langle \pi_{it} \Delta, \Delta \rangle_{L^2(K)}$

On écrit $g = g_1 g_2$ où $g_i \in L^2(\mathbb{R})$,

$$\int g(t) \varphi_{it}(u) = \left\langle \left(\int^{\oplus} \pi_{it}(u) dt \right) \underbrace{\left(\int^{\oplus} g_1(t) \Delta \right)}_{\| \int^{\oplus} L^2(K) \|} , \underbrace{\left(\int^{\oplus} g_2(t) \Delta \right)}_{\| g_2 \|_{L^2(\mathbb{R})}} \right\rangle$$

Prochain AT:

$$\| \int^{\oplus} L^2(K) \| \leq \| g_1 \|_{L^2(\mathbb{R})}$$