Jean
31/1/13

Objet individuel en MQ - mesure chez vN

- e.H. $\mathcal{H}$
- opérateur A
- vecteur $\psi = \sum \alpha_i |a_i\rangle$; $|\psi| = 1$

Alors $P(A, a_i; \psi) = |a_i|^2$ "la proba que A se trouve en a_i selon l'état ψ"

et $\langle A \rangle_\psi = \langle \psi | A | \psi \rangle$

Si P_i est la projection sur $\underbrace{|a_i\rangle}_{\psi_i}$,

et P la projection sur ψ : on note $P = |\psi\rangle\langle\psi|$

$P \cdot \varphi = |\psi\rangle\langle\psi|\varphi\rangle$.

<u>C'est le postulat de projection</u>. Il s'applique à l'objet individuel et donne son état après mesure. Cela détruit-il l'objet ?

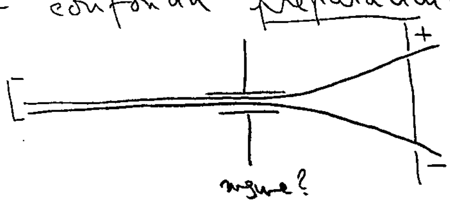
Ce cadre est vide. Comment le remplir ? Il faut un hamiltonien H.

On a alors une éq d'évolution qui est ici l'éq de Schrödinger

→ principe de correspondance/quantification : on remplace x et p par des opérateurs.

Distinguer la cinématique / pas de force, juste des trajectoires / descriptif fictif.
dynamique / "réel"

→ on a pu confondre <u>préparation</u> et <u>mesure</u> : Stern-Gerlach



l'état restera toujours +.

quand la mesure commence et s'arrête-t-elle ?

Th de la mesure M. Q. | ce postulat n'est jamais appliqué.

Il y a une interprétation statistique. Dans celle-ci, le postulat de projection n'est pas utile.

e.H $\longleftrightarrow$ logique non booléenne : l'eH est ainsi un cadre logique.

[structure compatible avec la th des probabilités de Kolmogorov]

ψ

ceci n'est pas un ψ.

et quand peut-on parler du <u>même</u> ψ ?

$\psi = \alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2$. Si on sait seulement mesurer contre φ_1 et φ_2,

on a seulement $|\alpha_1|^2$ pour φ_1
$|\alpha_2|^2$ — φ_2

Un ψ est conféré par une préparation : relation entre macroscopique et microscopique.

Si on a des ψ identiques, on peut le déterminer en lui soumettant $A_1, A_2, A_3, \dots$

$\psi \xrightarrow{A} \overset{a_i}{\psi_i}$; or il y a une infinité de $\psi' \xrightarrow{A} \overset{a_i}{\psi_i}$

Comment interpréter P_i : $\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$; $P[A, a_i ; \psi] = \langle P_i \rangle_\psi$.

c'est un projecteur, un op. hermitien. Mais ce n'est pas une grandeur physique en général.
Ils permettent juste de faire des calculs.

2 processus d'évolution.

- Schrödinger : il est continu
- Projection : elle est discontinue.

| Mais le ~~discontinu~~ existe-t-il ?
Mais le continu existe-t-il ?

S système avec états $|s_i\rangle$ $i = 1,2$
M appareil de mesure $|a_j\rangle$.

on considère alors $S \otimes M$

Si le système est dans l'état s_i et l'appareil donne a_0,

on considère $|s_i\rangle \otimes |a_0\rangle \xrightarrow[H]{\text{évolution de Schrödinger}} |s_i\rangle \otimes |a_i\rangle$ "si l'aiguille montre a_i, ça signifie que le système est dans l'état s_i"
mais ce sont des élucubrations de matheux.

Si $\psi = c_1 |s_1\rangle + c_2 |s_2\rangle \longrightarrow \underbrace{c_1 |s_1\rangle \otimes |a_1\rangle + c_2 |s_2\rangle \otimes |a_2\rangle}$
j'ai une superposition et je mesure une superposition

Or cela s'applique à l'objet individuel ! Or l'électron, vu d'un peu loin,
se révèle être la valeur du spin de ex : $\frac{1}{\sqrt{2}} |+_1\rangle \otimes |-\rangle_2 \pm |-\rangle_1 \otimes |+\rangle_2$.
"état bizarre"

Or les $\leq$ de Bell s'appliquent : il n'y a pas de variables cachées qui expliquent la statistique. Il ne faut pas se poser de questions de non-localité.

Aspect n'utilise pas le postulat de projection. Il ne fait qu'une étude statistique.

$\sum r_{k\ell} |s_k\rangle \otimes |a_\ell\rangle$ à distinguer de $\psi = \sum c_{k\ell}\, s_k \otimes a_\ell$. ③
état maximalement intriqué.

Th de purification de Schmidt : $\exists$ u_k, v_k deux systèmes orthonormés tels que

$$\psi = \sqrt{p_k}\, u_k \otimes v_k \text{ avec } \sum_i p_i = 1$$

[ψ associé à $T : \xi \mapsto \sum_i r_{k\ell} \langle s_k | \psi \rangle |a_\ell\rangle$.
et $T = US$ avec U unitaire, $S \geq 0$, etc...]

À ψ on associe $\eta_\psi(A) = \langle \psi | A | \psi \rangle$

η_ψ est appelé état statistique : un état statistique est $\eta : A \longmapsto \eta(A)$ qui est additif sur les hermitiens.

Alors $\eta(A) = \mathrm{Tr}(\rho A)$ avec ρ un opérateur appelé <u>densité</u>

Exemples : ① ψ, η_ψ, $\rho_\psi = |\psi\rangle\langle\psi|$

② $p_1 \psi_1, \dots, p_N \psi_N$ $\quad \langle A \rangle = \eta(A) = \mathrm{Tr}(\rho A)$ $\quad \rho = \sum p_i \rho_{\psi_i}$.

On peut écrire $\rho = (\rho_{ij})$

$\mathrm{Prob}[A, a_k ; \rho] = \langle P_k \rangle_\rho = \mathrm{Tr}(\rho P_k)$

ρ hermitien de trace 1, positif.
Prenons une base orthonormée (u_i) qui diagonalise ρ : $\rho = \begin{pmatrix} p_1 & & \\ & \ddots & \\ & & p_n \end{pmatrix}$.

Alors $\rho = \sum p_i \rho_i = \sum p_i \rho_{u_i}$.
Mais on pourrait aussi choisir une b.o-n qui arrange (diagonalise) A

$\mathcal{S}$ $\mathcal{M}$ $\longrightarrow$ système $\mathcal{S} \otimes \mathcal{M}$.

On peut aussi voir $\mathcal{S} \otimes \mathcal{M}$ interagir avec l'environnement $\mathcal{E}$.
Pb : Que dire de l'environnement $\mathcal{E}$?

$\mathcal{S} \otimes \mathcal{M}$: $\psi = \sum c_{k\ell}\, s_k \otimes a_\ell$. qui n'est pas élémentaire vis-à-vis de $\mathcal{S} \otimes \mathcal{M}$.
ρ_ψ

<u>Trace partielle</u> : $\mathcal{S}$
A mesurons $A \otimes \mathrm{Id}$ sur $\mathcal{S} \otimes \mathcal{M}$

$\langle A \otimes \mathrm{Id} \rangle_\psi = \mathrm{Tr}\, \rho (A \otimes \mathrm{Id}) = \mathrm{Tr}\, \rho_1 A$ avec ρ_1 opérateur dans $\mathcal{S}$.
où ici $\mathrm{Tr}\, \Omega = \sum_{a\ell}$

On note $\rho_1 = \mathrm{Tr}_2\, \rho$.

On trouve pour $\psi = \sum c_k u_k \otimes v_k$,

$$\rho_1 = \sum_i |c_i|^2 \rho_{u_i} = \sum_i p_i \rho_{u_i}.$$

Si $\psi = \sum_i c_k s_k \otimes a_k$, $\rho_2 = |c_1|^2 \rho_{a_1} + |c_2|^2 \rho_{a_2}$.

Th de Schmidt : ... décohérence ... soit dans l'état u_1, soit dans l'état u_2.

L'environnement peut causer ρ_1 dans l'état $\begin{pmatrix} \diagdown & 0 \\ 0 & \diagdown \end{pmatrix}$.

Haroche : la décohérence, c'est un postulat et non une justification.