

EPR et Bell vers par un probabiliste

- Th de contextualité de Kochen et Specker

l'Expérience existe avant qu'on ne la fait.

l'Observable dépend du choix de l'Observateur (comme les positions d'un examen).
 ↳ ne doit pas dépendre d'une exp. qu'on a faite ailleurs.

→ De l'exp, d'Aspect, on n'observe que "certains" photons.

classique = réalité non-contextuel, local.

Probabilités classiques - c'est le manque d'informations qui oblige à faire des probas.

$\psi: X \mapsto \langle \psi, X \psi \rangle$
 ou $\psi: X \mapsto U(\rho X)$

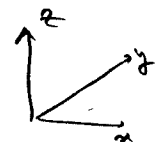
on s'intéressera aux op. normaux:
 l'espace engendré par un tel opérateur est à nouveau un espace commutatif.

ex: \mathfrak{S} de Heisenberg: [position, moment] = $i\hbar$: non co-diagonalisable.

$\psi = \cos \frac{\alpha}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\alpha}{2} |1\rangle$ paramètres α, φ et vecteurs de module 1
 d'un unimodulaire près. \rightarrow sphère de Bloch: $\begin{pmatrix} \cos \alpha \sin \varphi \\ \sin \alpha \sin \varphi \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$

$\rho(\alpha, \varphi) = \frac{I + x \sigma_x + y \sigma_y + z \sigma_z}{2}$

avec $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.



→ "Boule de Bloch" ← si à l'intérieur, plein de c.c. possible par répétition.

$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} \\ e^{i\varphi} \sin \frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}$

$|\psi\rangle \langle \psi| \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$... et voici les deux colonnes.

$|\psi\rangle \langle \psi| \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = e^{i\varphi} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$...

$$X = a|\psi\rangle\langle\psi| + b|\psi_\perp\rangle\langle\psi_\perp|$$

$$P(X=a) = \varphi(|\psi\rangle\langle\psi|)$$

$$b = \varphi(|\psi_\perp\rangle\langle\psi_\perp|)$$

Et: $\varphi = \langle\psi', \psi\rangle$: avec $\psi = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi'}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$

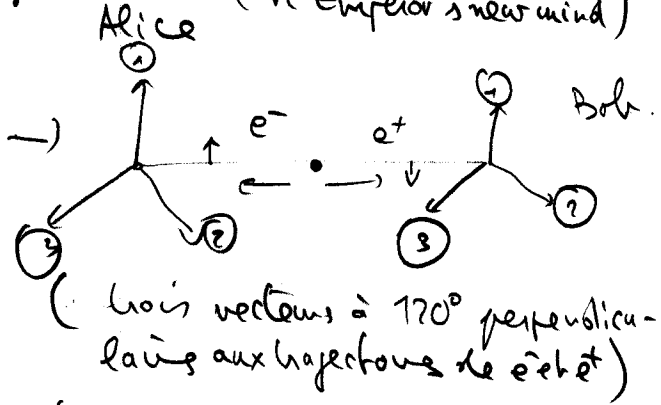
$$P(X=a) = |\langle\psi, \psi'\rangle|^2 = \frac{1+\cos\theta}{2}$$

$P(X=b) = \frac{1-\cos\theta}{2}$ où θ est l'angle entre ψ et ψ' sur la sphère de Bloch.

Version de Mermin (1985) selon Royce Penrose (The Emperor's new mind) → contextualité.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle \otimes |-\rangle + |-\rangle \otimes |+\rangle)$$

photon (on peut aussi mettre spin)



Si Alice mesure +1 dans la direction 1, on a $\varphi = |+\rangle \otimes |-\rangle$

$(X_A \otimes I)$

cf le postulat de projection.

(Prends la projection du vecteur sur le vecteur propre correspondant à 1)

$(I \otimes X_B)$

Si Bob mesure aussi dans la direction 1, il trouve -1. Sinon, il trouve +1 avec proba $\frac{3}{4}$ et -1 avec proba $\frac{1}{4}$.

s'il y a un signe -, si on trouve + pour l'un, on trouve - pour l'autre, le moment total est nul.

- 1) Si A et B mesurent dans la même direction, les deux résultats sont opposés.
 - 2) Si B choisit sa direction au hasard (parmi 3), alors avec proba $\frac{1}{2}$ les deux résultats coïncident : $\frac{1}{3}(0 + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}) = \frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$
- cf. Cloze-Horn (CHSH) sur les \leq de Bell.

Si on suppose que les e^-, e^+ s'entendent d'avance sur le résultat (le spin) qu'ils auront, ce sera

	e^-/e^+	ou	e^-/e^+
①	+1/-1		-1/+1
②	+1/-1		+1/-1
③	+1/-1		+1/-1

et donc les deux résultats coincident

seulement dans 4/9 des cas:

	1	2	3
1	X	o	o
2	✓	X	X
3	✓	X	X

ou

	e^-/e^+	ou permutation
	-1/+1	
	-1/+1	
	-1/+1	

(Car si on mesure dans la même direction on attend des résultats opposés)

Donc e_-, e_+ "continuent à se parler".

Bob n'apprend rien sur ce que fait Alice.

Si $H = \mathbb{C}^n, n \geq 3$: prenons 3 projections qui commutent: trois expériences on trouve 1 fois 1 et 2 fois 0

Kochen-Specker, Cabello. 18 vecteurs, et 9 bases... cf Permin!

$(Y_{a,b}, Y_{a,c})_{a,b,c \in \{1,2,3\}}$

$a=b$	$Y_{ab}=x$	$Y_{cb}=y$	$a \neq b$

Jean Berber: on peut se passer du postulat de projection!

NQ: réaliste, contextuelle et non locale