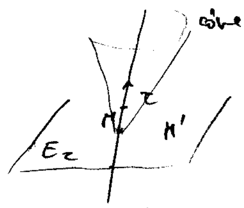
Michel Langlois



$E_\tau = \tau^\perp$: tout point de cet espace est simultané, leurs lignes d'univers sont parallèles

ligne d'univers
$\langle \tau, \tau \rangle = -1$
$\langle MM', \tau \rangle = 0$.

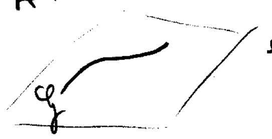
Groupe de Lie $SO(3)$: son algèbre de Lie est l'espace tangent en Id, $\simeq (\mathbb{R}^3, \wedge)$.

Considérons $L_A : \mathcal{G} \to \mathcal{G}$, $B \mapsto AB$ et $R_A : B \mapsto BA$

Alors $T_B \xrightarrow{DL_A} T_{AB}$, $V \mapsto DL_A V = AV$. c'est la linéarité de la multiplication.

Considérons $L_{A^{-1}} : A \mapsto I$. On a $DL_{A^{-1}} : V \mapsto A^{-1}V$

Considérons



et $t \mapsto A(t)$. Alors $\dot{A}_t \in T_A$

$DL_{A^{-1}} = \underbrace{A^{-1}\dot{A}}_{\Omega} \in T_I$.

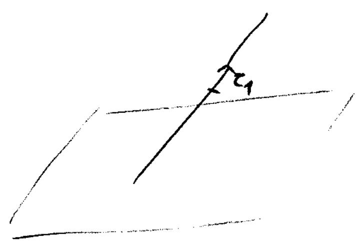
$$\left[\text{ on a } \frac{d}{dt}({}^tAA) = {}^t\dot{A}A + \underbrace{{}^tA\dot{A}}_{\Omega} = 0 \right]$$

Si maintenant $x = AX$, $\dot{x} = \frac{d}{dt}(AX) = \dot{A}X + A\dot{X}$

Donc $A^{-1}\dot{x} = \underbrace{\Omega X}_{\text{dérivée d'entraînement}} + \dot{X}$ et $\left(\frac{dX}{dt}\right)_e = \omega \wedge X + \left(\frac{dX}{dt}\right)_E$

Si U est le vecteur associé à la matrice antisymétrique Ω de norme ω, et $A = e^{\Omega}$,
$A \cdot X = X + \sin\omega \, U \wedge X + (\cos\omega - 1) U \wedge (U \wedge X)$.

[Dans (M, η), si $\langle u, u \rangle \begin{matrix} <0 \\ =0 \\ >0 \end{matrix}$, u est de genre temps
lumière
espace.



Soit P une particule et étudions son mouvement.

$$\tau_1 = \left(\frac{dt}{d\tau_1}, \frac{dx}{d\tau_1}, 0, 0 \right) = \gamma\left(1, \frac{dx}{dt}, 0, 0\right)$$
$$= \gamma(1, v, 0, 0).$$

On a $\gamma^2(1 - v^2) = 1$ $\iff \langle \tau_1, \tau_1 \rangle = -1$

appelé quadrivitesse car "$\frac{dx}{d\tau}$" ; c'est un vecteur de type temps.

$$\underset{(e)\to(E)}{B} = \left(\begin{array}{cc|cc} \gamma & \gamma v & 0 & 0 \\ \gamma v & \gamma & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

et ${}^tB \eta B = \eta$.

Dire qu'on a ${}^tL\eta L = \eta$ donne 10 relations entre les L_{ij}, variété diff. de dim 6.

$\xi = \eta \cdot \Omega$, $\Omega = {}^tS\eta\dot{S}$

$[\xi_1, \xi_2] = \Omega_1\eta\Omega_2 - \Omega_2\eta\Omega_1$

L'algèbre de Lie de $\mathcal{G}$ est l'e.v. des matrices de la forme $\eta\cdot\Omega$, Ω tenseur covariant antisymétrique à 2 indices.

matrice antisym en dim 4 : $\begin{pmatrix} 0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ a_1 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_2 & b_3 & 0 & -b_1 \\ a_3 & -b_2 & b_1 & 0 \end{pmatrix}$ "décomposition électromagnétique