Discussion sur la RR.

Michel Langlois : accélération uniformément accélérée

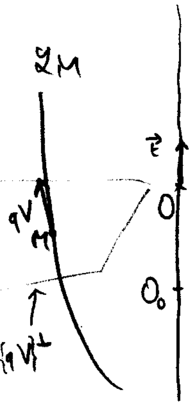
Ici, $\eta = \begin{pmatrix}1&&\\&-1&\\&&-1\end{pmatrix}$ et $c=1$.

O observateur inertiel : ligne d'univers : $(O_0, t\mathbb{R})$

vecteur unitaire de genre temps orienté vers le futur

t est la quadrivitesse de O (expression discutable!)

t est le temps propre de O



Soit $\mathcal{R}_{O_0}$ le repère $= (\vec t, \vec\imath, \vec\jmath, \vec k)$.

Soit M une particule non inertielle de ligne d'univers $\mathcal{L}_M$.

Paramétrons-le dans le repère $\mathcal{R}_{O_0} = (O_0, t, \vec\imath, \vec\jmath, \vec k)$ avec pour paramètre le temps propre τ tel que $\frac{dM}{d\tau}$ est unitaire.

$\langle qV, qV\rangle = 1$ et donc $\langle qV, qA\rangle = 0$ V

$qV = \Gamma(1, \vec v)$ avec $\Gamma = \frac{dt}{d\tau}$. $\Gamma^2(1-v^2) = 1$.

mesuré en temps propre τ, alors que v est mesuré en temps t de l'observateur O

$qA = \frac{d^2M}{d\tau^2}$.

Cherchons à définir ce qu'est une accélération uniforme / M ?

$\langle qA, qA\rangle = -a^2$ avec a constante par rapport à τ.

Supposons que la ligne d'univers dans un plan $\pi \ni t = e$

$\pi = (e, \vec{\mathcal{R}})$

Prenons $W_1 = \frac{qA}{a}$, $\mathcal{R}_M = (M, qV, W_1, W_2 = j, W_3 = k)$

[2 vecteurs "temps", ils forment un plan : puis on considère un vecteur orthogonal, et puis un autre.].

... $qA = \Gamma^4 \frac{dv}{dt}(v,1,0,0)$. $qA = a\Gamma(v,1,0,0)$

$= \Gamma^3 \frac{dv}{d\tau}$ $= aW1$, où

$W1 = \Gamma(v,1,0,0)$ est un vecteur d'espace unitaire.

Ainsi, $(qV, W_1, \omega_2, \omega_3)$ donne base orthonormée de l'espace physique et le changement de base se fait par

$$B = \left(\begin{array}{cc|c} \Gamma & \Gamma v & \\ \Gamma & \Gamma & 0 \\ \hline 0 & 0 & \\ 0 & 0 & I_2 \end{array}\right)$$ C'est même un boost !

Comment le deviner ? de qV on obtient :
en considérant $\mathcal{L}_{M'}$ inertiel de même vitesse qV, le boost tangent de $\mathcal{L}_M$ et $B(\tau)$, cette matrice.

On trouve $\Lambda = B^{-1}\dfrac{dB}{d\tau} = \left(\begin{array}{cc|c} 0 & a & \\ a & 0 & 0 \\ \hline & 0 & 0 \end{array}\right)$ ds l'algèbre de Lie.

Soit W un vecteur défini par ses composantes dans R_M.

$$\left(\frac{dW}{d\tau}\right)_{R_0} = \left(\frac{dW}{d\tau}\right)_{R_M} + \Lambda W$$

Soit $W = (1,0,0,0)$ la quadri accélération

$$\left(\frac{dW}{d\tau}\right)_{R_0} = \Lambda \cdot W = (qA)_{R_M} = (0,a,0,0).$$

Considérons $MN = (0,x,0,0)_{R_M}$ avec $x =$ cste !

Soit $W = \dfrac{dN}{d\tau}$. Je ne dis pas que c'est la quadrivitesse : τ est-il le temps propre de N ?

$$\frac{dN}{d\tau} = \frac{dOM}{d\tau} + \frac{dMN}{d\tau} = qV + \frac{dMN}{d\tau} = qV + \Lambda X = qV + (ax,0,0,0)$$

Donc W a pour composantes $(1+ax, 0,0,0)$ dans R_M.
Donc τ n'est pas le temps propre de la particule N car $\langle W, W\rangle = (1+ax)^2$
Le temps propre s de N satisfait $\dfrac{d\tau}{ds} = \dfrac{1}{1+ax}$.

Donc $qA_N = \dfrac{dqV_N}{ds} = \dots$

Ccl : O et O_1 constatent que M ont la même accélération : il y a un miracle de calcul ! Un observateur qui est sur une autre droite de temps...
Regardons M avec une qA quelconque.

Alors Λ est "bonne de 0" :

$$\Lambda = \left(\underbrace{\begin{matrix} 0 \\ {}^{t}A \; 1 \end{matrix}}_{\text{quadri accélération}} \;\; \overbrace{\underbrace{\begin{matrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{matrix}}_{B}}^{A} \right)$$

$$B = \frac{\gamma^3}{1+\gamma} \vec{V}\, \vec{A}$$

→ la rotation instantanée de Thomas.

Conclusion sur le paradoxe de Bell :

Deux points rigides ne sont pas de même accélération. Il y a une rotation dans l'espace de Minkowski.

Le fil casse d'un côté et pas de l'autre.