Sandra Bella.
24/11/2016

Réception du calcul leibnizien en France.

1684, Leibniz : n^elle méthode pour chercher les maxima et minima

Article laconique et difficile.

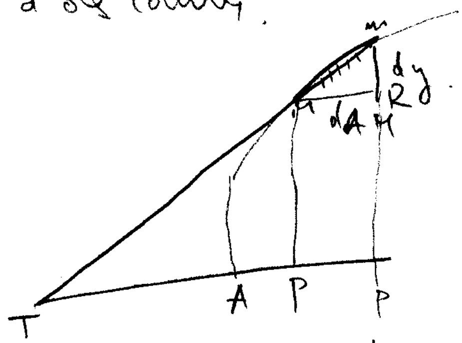
Le marquis de l'Hospital rencontre le Groupe malebranchiste.

prend des cours auprès de Jean Bernoulli.

publie "Analyse des inf petits ..." : présente calcul leibnizien comme le plus fructueux.

→ sera une référence pour les académiciens

Section II : tracer des tangentes à des courbes.



$AP = Ap$ car inf peu $\neq$.

MPT et mRM sont semblables.

= notation de Leibniz puis de Bernoulli.

Barrow : Lectiones geometricae (1670), appendice à L. X.

Varignon de la Hire = sont critiques.

1699 : Acad des sc reçoit un n^veau règlement

Le math au début de chaque année doivent annoncer ce qu'ils feront Michel Rolle : propose d'utiliser le calcul algébrique pour étudier les courbes.

Début Juillet 1700

Forte hiérarchisation des postes : Varignon ≈ fonctionnaire

Les évanescences de Varignon.

Registre des PV de Varignon : ≈ scholie du lemme XI des Principia.

Pb. courbe qui a un pt double. le calcul diff~~ér~~iciel ne permet pas de la traiter

Alternative de Rolle.

-

-

Polémique avec Saurin | Dispute qui va durer 20 ans.
Pb : on peut hériter de ≠^es^ façons. "un dialogue de sourd".

⚠ le livre de L'Hospital paraît en 1696. "Pascal n'a ~~pas~~ fait aucun calcul

... le groupe de Roanne ≈ pascaliens a initié Rolle (?) n'est jamais passé à l'analytique, ~~même~~ pas allusivement.

Cherche le cercle qui va toucher la courbe

A P centre

Méthode des tangentes de Wallis.

Querelle Fermat-Descartes

Varignon est petit | ne va pas de soi
Comment se fait la transition

de toute manière je peux montrer ça par la voie des anciens
~~Don~~ → donc je ne justifie pas trop.

Grégoire de St-Vincent

Différentielle. "Qque chose qui bouge".
L'Hospital est sur le changement et pas sur la posture.
Le rend-il compte de la posture de Leibniz ?
Comment sortir de la géométrie pour faire de la géométrie
Aujourd'hui, il n'y a plus rien de géométrique !

Extraits de lettres entre Wallis et Leibniz (traduction par nos soins)

Lettre de Wallis à Leibniz, le 23 juillet 1698 (extrait)

Fundamentum hujus processus hoc est. Quo habeatur Tangentis positio, hoc prospi[ci]endum est unicum, ut Ordinata trilinei Curvilinei $AV\alpha$, cum ea quae est Ordinata Trianguli $FV\alpha$, coincidet. Hoc est DO cum DT. Quod non fit nisi in $V\alpha$. Cumque ipsius DT constans Character (pro curvis omnibus) sit $\frac{f\pm a}{f}b$, (aequatio Lateralis, quam ingreditur ipsius a dimensio unica, non plures,) sicubi habeantur ipsius plures dimensiones (a^2, a^3, etc.) erit ille terminus (etiam post depressionem per $\pm a$) nihili multiplus: adeoque nihil.

Quumque hoc quod moneo adhibetur Calculi Compendium; id quod superest est reapse tuus Calculus Differentialis; (ut non sit ea tam nova res, quam nova loquendi formula; utut tu id forte non animadverteris.) Est utique meum a, tantundem ac tuum x (seu y) Abscissae segmentum; cum hoc solo discrimine, quod tuum x est infinite-parvum; meum a, plane nihil. Cumque deleta sunt, seu (per calculi compendium) omissa, ea omnia quae delenda forent; quod reliquum est, est ipsum tuum minutum Triangulum Differentiale (duobus ordinatis proximis interjectum) toti $FV\alpha$ simile; tibi quidem infinite-exiguum, mihi vero plane nihil. Quippe quo retinetur Species Trianguli, sed abstracta a Magnitudine: Hoc est, Triangulum hujusce Formae, sed Nullius Magnitudinis.

Quod autem mea mihi videatur designatio simplicior, ponentis $a = 0$; quam tua ponentis x infinite-parvum; hinc est, Nempe quod mihi non opus sit tuis aliquot postulatis, de infinite-parvo in se ducto, aut in aliud infinite-parvum, in nihilum degenerante, (quod

non nisi cum aliqua cautione admittendum est;) cum sit per se perspicuum (quod mihi sufficit) quod, Nihili quodcunque multiplum, est adhuc Nihil.

Ceci est le fondement du procédé. Par le fait que la position de la tangente est obtenue, cette unique chose est à considérer, que l'ordonnée du triligne curviligne $AV\alpha$ coïncide [coincidet] avec ce qui est l'ordonnée du triangle $FV\alpha$ (...) En toutes circonstances, DT a une formule constante (pour toutes les courbes) qui est $DT = \frac{f\pm a}{f}b$ (où entre a avec une seule dimension et pas plus), si parfois il y a plusieurs dimensions de a (a^2, a^3, etc) (même après division par ± a) ils sont multiples de rien [nihili multiplus], et ainsi ils sont rien.

C'est ainsi que j'avertis des abréviations employées dans mon calcul. Ce qui subsiste est en réalité ton calcul différentiel (que cette chose n'est pas si nouvelle mais nouvelle la forme d'en parler, comme tu n'as peut-être pas remarqué). Dans tous les cas, il y a mon a, tout autant que ton x (ou y) segment de l'abscisse, avec cette seule différence que ton x est un infiniment petit [infinite-parvum], mon a tout à fait rien [plane nihil]. Et lorsqu'elles ont été effacées [delete] ou omises (par abréviation de calcul), toutes les choses qui étaient à effacer ; ce qui reste est ton petit triangle caractéristique (lui-même placé entre deux ordonnées très proches) semblable à tout $FV\alpha$; certes pour toi infiniment petit [infinite-exiguum], pour moi tout à fait rien [plane nihil]. Bien sûr, par-là l'apparence du triangle sera retenue, mais abstraite de la grandeur : ce qui est cette forme du triangle, mais de grandeur nulle [nullius].

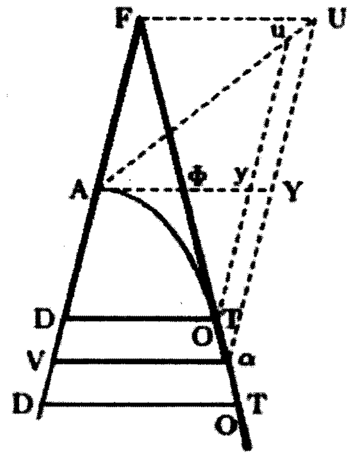
(...)

Par ailleurs, parce que ma voie me paraît plus simple en posant a = 0 alors que tu supposes x infiniment petit, et de là assurément qu'il ne m'est pas nécessaire de quelques-uns de tes postulats, au sujet de l'infiniment petit, ~~de l'infiniment petit~~ multiplié par lui-même, dégénérant en rien (ce qui doit être toujours employé avec quelque précaution) puisqu'il est par soi-même évident [perspicuum] (ce qui me suffit) que rien multiplié par quelque chose est encore rien.

la forme est supérieure à tout (Aristote).
Newton.
"Lorsque la réalité sensible"
... la forme.

Berkeley a tort !
Ça marche trop bien pour être faux.

Wallis est au courant du calcul des fluxions... Mais la comprend-il ?



VF = f.

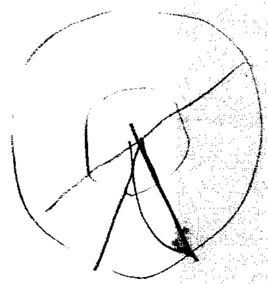
AV = v

Vα = b

$\boxed{\text{VD} = \text{a}}$

DA = v ± a

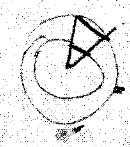
DF = f ± a



Lettre de Leibniz à Wallis, le 29 décembre 1698 (extrait)

Putem praestare ut Elementa vel differentialia momentanea considerentur velut quantitates more meo, quam ut pro nihilis habeantur: Nam et ipsa rursus suas habent differentias et possunt etiam per lineas assignabiles proportionales repraesentari. Triangulum illud inassignabile, quod ego characteristicum vocare soleo, triangulo assignabili simile agnoscere tecum, et tamen pro nihilo habere, in quo retineatur species trianguli abstracta a magnitudine; ita ut sit datae figurae nullius vero magnitudinis; nescio an intelligi possit, certe obscuritatem non necessariam inducere videtur. Figuram sine magnitudine quis agnoscat? Nec video quomodo hinc auferri possit magnitudo cum dato tali triangulo, intelligi queat aliud simile adhuc minus; si scilicet in linea alia simili omnia proportionaliter fieri intelligantur. Finge duos Circulos concentricos in eodem plano, et continue simul bisecari sectores eorum iisdem radiis productis comprehensos, nonne chordae etiam inassignabiles rationem radiorum servabunt, atque etiam inter evanescendum erunt inaequales, quemadmodum et inaequalia erunt segmenta similia inassignabilia duorum sectorum quae simul inter evanescendum orientur. Haec ergo segmenta quae tamen triangulis characteristicis inassignabilibus infinities minora sunt, magnitudine tamen non carebunt: quanto minus ipsa haec Triangula?

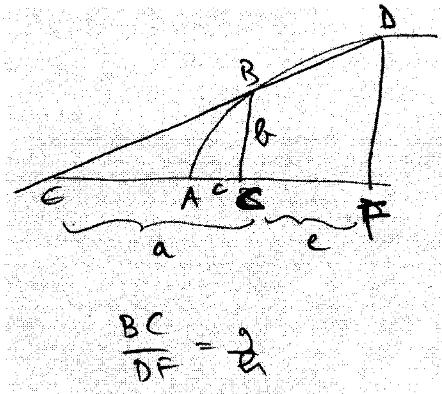
Je pense qu'il vaut mieux que les éléments ou différentielles momentanées [elementa vel differentiala momentanea] soient considérés comme des quantités selon ma coutume : en effet, ils ont eux-mêmes des différentielles et peuvent être représentées par des lignes assignables qui leur sont proportionnelles. Ce triangle inassignable, que j'ai coutume d'appeler caractéristique, que je perçois comme toi semblable à un triangle assignable, et cependant que je tiens pour rien, puisque l'apparence du triangle serait conservée, abstraction faite de sa grandeur ; de telle sorte que le triangle de la figure donnée ne soit vraiment d'aucune grandeur ; je ne sais si cela pourrait être compris, cela paraît à coup sûr introduire une obscurité inutile. Qui pourrait percevoir une figure sans grandeur ? Je ne vois pas comment, à partir de là, on pourrait ôter la grandeur à tel triangle donné, discerner quelque chose d'autre de semblable encore plus petit, si bien sûr sur une autre ligne semblable on percevait toutes choses proportionnellement. Imagine deux Cercles concentriques dans un même plan, et que, simultanément et continuellement on coupe en deux leurs secteurs unis et produits par les mêmes rayons, est-ce que les cordes inassignables, conserveront encore la raison des rayons, et, tout en disparaissant [evanescendum], ne seront-elles pas inégales ? De la même façon que seront aussi inégaux les segments semblables inassignables des deux secteurs qui naîtront tout en disparaissant ? Donc ces segments, qui sont pourtant plus petits que des triangles caractéristiques inassignables [quae simul inter evanescendum orientur], ne manqueront pas cependant de grandeur : combien de moindre chose sont eux-mêmes ces Triangles !



Lettre de Wallis à Leibniz, le 16 janvier 1699 (extrait)

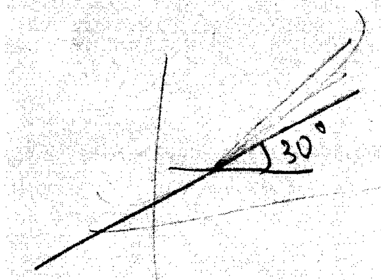
Quod dixi, de retenta specie Trianguli, abstracta a Magnitudine; non id intellectum velim quasi Triangulum vellem quod Magnitudinem non habeat; sed, quod considerari possit Species seu Forma trianguli, Abstracta a Magnitudine; hoc est, non considerata magnitudine, (ut puta si dixerim, triangulum Aequilaterum, non interim dicto, Quam Magnum sit.) Quippe hoc est, Abstrahere. Si vero non placeat ut dicatur Species trianguli, dicas licet Gradum Inclinationis seu Declivitatis in puncto Contactus; vel, Angulum quem cum Ordinata facit recta Contingens; quippe hoc est quod quaeritur.	Ce que j'ai dit au sujet de l'apparence du triangle, abstraction faite de sa grandeur, je ne voudrais pas que cela soit compris comme si je voulais dire que ce triangle n'a pas de grandeur ; mais que l'apparence ou la forme du triangle peut être considérée comme Abstraite de sa Grandeur, c'est-à-dire sa grandeur n'étant pas prise en compte, (comme, par exemple, si je disais quelle est la grandeur d'un triangle Equilatéral, sans en prescrire sa grandeur,) Voilà, en fait, ce que signifie "abstraire". Mais si l'expression "l'apparence du triangle" ne plaît pas, on peut parler de "degré d'inclinaison" ou de "déclivité de la courbe au point de contact" ; ou bien "angle que fait la tangente avec l'ordonnée" ; voilà certainement ce qu'on l'on cherche.

hétérogène à la grandeur, mais qui explique la grandeur.



Lettre de Descartes à Hardy (date supposée le 3 mai 1638) : le « fondement » de la méthode des tangentes

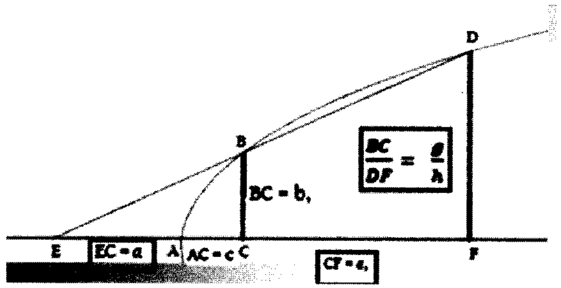
Monsieur, au reste je vous suis très obligé de ce que vous avez soutenu mon parti, touchant la règle de maximis de M. de Fermat ; et je ne m'étonne point de ce que vous m'en jugez pas plus avantageusement que je n'ai fait, car, de la façon qu'elle est proposée, tout ce que vous en dites est véritable.



Mais pource que j'ai mis, dès mon premier écrit, qu'on pourrait la rendre bonne en la corrigeant, et que j'ai toujours depuis soutenu la même chose, je m'assure que vous ne serez pas marri que je vous en dise ici le fondement ; aussi bien je me persuade que ces messieurs qui l'estiment tant ne l'entendent pas, ni peut-être même celui qui en est l'auteur.

Soit donc la ligne courbe ABD, et que le point B de cette ligne soit aussi donné, à savoir, je fais l'ordonnée BC = b, et le diamètre AC = c ; et qu'on demande un point en ce diamètre comme E qui soit tel, que la ligne droite qui en sera menée vers B coupe cette courbe en B et encore en un autre point comme D, en sorte que l'ordonnée DF soit à l'ordonnée BC, en raison donnée, par exemple de g à h[1]. Vous savez bien que pour trouver le point E, on peut poser EC = a et CF = e, et dire premièrement, à cause des triangles semblables ECB et EFD, comme CE = a est à BC = b, ainsi EF = $a + e$, est à DF, qui par conséquent est DF = $\frac{ba+be}{a}$. Puis, à cause que DF est l'une des ordonnées en la ligne courbe, on la trouve aussi en d'autres termes, qui seront divers selon les diverses propriétés de cette courbe. Par exemple, si c'est la première des lignes que M. de Fermat a imaginées, à l'imitation de la parabole, c'est-à-dire celle en laquelle les segments du diamètre ont entre eux même proportion que les cubes des ordonnées, on dira comme AC = c est à FA = $c + e$, ainsi le cube de BC qui est b^3 est au cube de DF, qui par les termes trouvés ci-dessus est $\frac{a^3b^3+3eb^3a^2+3b^3e^2a+b^3e^3}{a^3}$. Car ceci est le cube de $\frac{ba+be}{a}$. Puis multipliant les moyennes et les expressions les moyennes et les expressions de ces quatre proportionnelles $\frac{c}{c+e} = \frac{b^3}{\frac{a^3b^3+3eb^3a^2+3b^3e^2a+b^3e^3}{a^3}}$,

[1] En fait, il faut lire l'ordonnée BC soit à l'ordonnée DF, voir plus loin dans le texte



il vient $a^3e = 3caae + 3\ cace + ce^3$,

Et enfin, pourceque le tout se peut se diviser par e, il vient $a^3 = 3caa + 3\ cac + ce^2$. Mais pourcequ'il y a deux quantités inconnues, à savoir a et e, et qu'on n'en peut trouver qu'une par une seule équation, il faut en chercher encore une autre, et il est aisé par la proportion des lignes BC et DF qui est donnée, à savoir comme g est à h, ainsi BC = b est à DF = $\frac{ba+be}{a}$, et par conséquent $bh = \frac{gba+gbe}{a}$ ou bien $ha = ga + ge$; et par le moyen de cette équation on trouve aisément l'une des quantités a ou e ; au lieu de laquelle il faut par après substituer en l'autre équation les termes qui lui sont égaux, afin de chercher ensuite l'autre quantité inconnue. Et c'est ici le chemin ordinaire de l'analyse pour trouver le point E, ou bien la ligne CE, lorsque la raison qui est entre les lignes BC et DF est donnée. Maintenant, pour appliquer tout ceci à l'invention de la tangente (ou, ce qui est le même, de la plus grande), il faut seulement considérer que, lorsque RB est la tangente, la ligne DF n'est qu'une avec BC, et toutefois qu'elle doit être cherchée par le même calcul que je viens de mettre, en supposant seulement la proportion d'égalité au lieu de celle que j'ai nommée de g à h, à cause que DF est rendue égale à BC par EB, en tant qu'elle est tangente (au moins lorsqu'elle l'est) en même façon qu'elle est rendue double ou triple, etc, de BC par le même EB, en tant qu'elle coupe la courbe en tel point, lorsqu'elle l'y coupe. Si bien qu'en la seconde équation, au lieu de $ba = ga + ge$, pourceque h est égale à g, on a seulement $a = a + e$, c'est-à-dire e égal à rien. D'où il est évident que pour trouver la valeur de la quantité a il ne faut que substituer un zéro à la place de tous les termes multipliés par e, qui sont en la première équation, laquelle est $a^3 = 3caa + 3\ cac + ce^2$, c'est-à-dire qu'il ne faut que les effacer. Car une quantité réelle étant multipliée par une autre imaginaire, qui est nulle, produit toujours rien. Et ceci est l'élision des homogènes de M. de Fermat, laquelle ne se fait nullement gratis en ce sens-là. Or cette élision étant faite, ou bien $a = 3c$ (...)

Voilà donc le fondement de la règle, en laquelle il y a virtuellement deux équations, bien qu'il ne soit besoin d'y faire mention expresse que d'une à cause que l'autre sert seulement à faire effacer ces homogènes ; mais il est fort vraisemblable que M. de Fermat ne l'a point ainsi entendue, et qu'il ne l'a trouvée qu'à tâtons, vu qu'il y a omis la principale condition, à savoir celle qui présuppose ce fondement, ainsi que vous pourrez voir, s'il vous plaît, par ce que j'ai mandé ci-devant devoir y être corrigé dans une lettre adressée au révérend père Mersenne. Je suis, etc