Naoum Daher

31/5/18

La méthode géométrique s'est développée pour rendre compte de la dissipation, parce que le formalisme de Lagrange et Hamilton ne fonctionne pas bien.

Lagrange-Hamilton : l'action se définit par : $A = \int L\,dt$

temps propre : $d\tau^2 = dt^2 - \frac{dx^2}{c^2}$.

Alors on peut obtenir $p = \frac{dL}{dv}$ et $E = v\frac{dL}{dv} - L$. le choix de k détermine L.

La dynamique est en fait déterminée par $dA = k\,d\tau$. simple facteur de proportionnalité.

→ $A = \int L\,dt = \int k\,d\tau$ et donc $L = -mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. et alors $p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

C'est un choix esthétique.

$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Que deviennent $F = ma$, $p = mu$? $p = m\frac{dx}{d\tau}$ $u = \frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

$= mc^2\Gamma$ ← le facteur relativiste

Écrivons alors $c^2\Gamma^2 - u^2 = c^2$

Considérons $\underset{\sim}{u} = (c\Gamma, u)$ ⟶ devient $\underset{\sim}{u}\cdot\underset{\sim}{u} = c^2$.

$\underset{\sim}{p} = \left(\frac{E}{c}, p\right)$

et de $p = mu$, $E = mc^2\Gamma$ on tire $m\underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{p}$: On est très proche de $\vec{F} = m\vec{a}$

On a $\underset{\sim}{F} = m\underset{\sim}{a}$: et on a la relation d'orthogonalité $\underset{\sim}{u}\cdot\underset{\sim}{a} = 0$.

mvt virtuel — entité cinématique — vision géométrique

$\left(\underset{\sim}{F} - m\underset{\sim}{a}\right)\cdot\underset{\sim}{u}^* = 0$ $\quad\boxed{\underset{\sim}{F}\cdot\underset{\sim}{u} = 0}$

entité dynamique duale.

si pour tout $\underset{\sim}{u}^*$ alors $\underset{\sim}{F} = m\underset{\sim}{a}$.

et je retrouve $\underset{\sim}{a}\cdot\underset{\sim}{u} = 0$.

De $\underset{\sim}{F}\cdot\underset{\sim}{u} = 0$ on tire $\Gamma\frac{dE}{d\tau} - u\frac{dp}{d\tau} = 0$ et $\frac{u}{\Gamma} = \boxed{\frac{dE}{dp} = v}$ vision Lagrange Hamilton.

On a $dE = d(vp - L)$.
$= v\,dp + \underbrace{p\,dv - dL}_{0}$

De $\frac{u}{\Gamma}$ on passe à v. Le chemin retour n'est pas visible

On a aussi $\Gamma dE - p\,du = 0$ et $dE - p\frac{du}{\Gamma} = dE - dp\,dw$ et $p = \frac{dE}{dw}$.

<u>3^e pt de vue : la théorie des groupes</u>.

La formule $E^2 - c^2p^2 = m^2c^4$ introduit un paramétrage hyperbolique.

Elle peut se réécrire $Y^2 - X^2 = 1$ $\quad Y = \text{ch}\,\varphi$ $\quad E = mc^2\text{ch}\frac{w}{c}$ $\quad \varphi = \frac{w}{c}$.

$\text{ch}^2\varphi - \text{sh}^2\varphi = 1$ $\quad X = \text{sh}\,\varphi$ $\quad p = mc\,\text{sh}\frac{w}{c}$

Est-ce seulement une astuce mathématique ?

Écrivons $v = c\,\mathrm{th}\frac{w}{c}$: $v' = \dfrac{v+V}{1+\frac{vV}{c^2}} = \dfrac{\mathrm{th}\,w + \mathrm{th}\,W}{1+\mathrm{th}\,w\,\mathrm{th}\,W}$ et donc $w' = w + W$.

Il y a un th de théorie des groupes (th de Noether) qui prévoit cette additivité !

De plus $p = \dfrac{dE}{dw}$.

Comment rendre tout cela autonome ?

Physique : on a besoin de deux quantités. E, $p = \dfrac{dE}{w}$, $\Pi = \dfrac{\partial^2 E}{\partial \partial^2} = \dots$

On a $E, p, E, p, \dots$ à l'infini

$\dfrac{df}{dw}$: on considère $\dfrac{f(w+W) - f(w)}{W}$

La manière la plus générale est de considérer $A(W) f(w+W) + B(W) f(w) + C(W)$

$p = \dfrac{dE}{dw}$ devient $p = \dfrac{1}{r}\left[\dfrac{dE}{dw} - sE - q\right]$

$M = \dfrac{dp}{dw}$ ——— $M = \dfrac{1}{R}\left[\dfrac{dp}{dw} - Sp - Q\right]$

avec $M = \dfrac{E}{c^2}$, $M = \lambda E + \gamma p + \eta$

Dans une loi de composition quelconque (non additive), $\dfrac{d}{dw}$ devient $I_\mu \dfrac{d}{dv_\mu}$

Si on considère $\dfrac{d^2E}{dw^2} = \dfrac{E}{c^2}$: d'où cela sort-il ?

Si on cherche des justifications pour $\dfrac{d}{dw}$ et $\dfrac{E}{c^2}$, on tombe sur ces formules.

Pourquoi $dA = k\,d\tau$ ... Les raisons données sont insuffisantes

Dans l'écriture $p = \dfrac{1}{r}\left[I_\mu \dfrac{dE}{dv_\mu} - sE - q\right]$ on peut aussi écrire

$M = \dfrac{1}{R}\left[I_\mu \dfrac{dp}{dv_\mu} - SE - Q\right]$

$$I_\mu \frac{dE}{dv_\mu} = rp + sE + q$$

$$I_\mu \frac{dp}{dv_\mu} = RM + Sp + Q$$

et le gradient : $\dfrac{dE}{dp} = \dfrac{rp + sE + q}{RM + Sp + Q} = \dfrac{rp + sE + q}{\hat{R}E + \hat{S}p + \hat{Q}} = \dfrac{rp}{\hat{R}E} = \dfrac{c^2 p}{E}$

Ainsi on passe de ∞ de points de vue

ou sans point de vue.

Cadre einsteinien : $M = \frac{d^2E}{dw^2} = \frac{E}{c^2}$ devient $M = I_\mu \frac{d^2E}{dv_\mu^2} + I_\mu \frac{dI_\mu}{dE}\left(\frac{dE}{dv_\mu}\right)^2 = \frac{E}{c^2}$

$p = \frac{dE}{dw}$ ———— $p = I_\mu \frac{dE}{dv_\mu}$.

procédure de filtrage

et $M = p\frac{dp}{E} = \frac{E}{c^2}$ donne $E^2 - c^2p^2 = m^2c^4$.

et on pose $I_\mu = \left(\frac{E}{mc^2}\right)^{2-\mu}$ qui détermine la dynamique avec les conditions au bord si $v_\mu = 0$ $p = 0$ $E = mc^2$

On a $v_\mu = \frac{1}{m}\int \frac{dp}{\left(1+\frac{p^2}{m^2c^2}\right)^{\frac{\mu-1}{2}}} = \begin{cases} \frac{p}{m} & (1) \\ c \operatorname{argsh} \frac{p}{mc} & (2) \\ c \operatorname{arctg} \frac{p}{mc^2} & (3) \\ \frac{p/m}{\sqrt{1+\frac{p^2}{m^2c^2}}} & (4) \end{cases}$

(1) $p = mv_1$ donne $p = mu$

(4) $p = \frac{mv_4}{\sqrt{1-\frac{v_4^2}{c^2}}}$ donne $p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

(2) $p = mc \operatorname{sh}\frac{v_2}{c}$ donne $p = mc \operatorname{sh}\frac{w}{c}$.

$p = \frac{dE}{dw}$ posons $E = \operatorname{ch}..$

$M = \frac{d^2E}{dw^2} = \frac{E}{c^2}$ $p = \operatorname{sh}..$

$M = I_\mu \frac{d^2E}{dv_\mu^2} + I_\mu \frac{dI_\mu}{dv_\mu}\frac{dE}{dv_\mu} = \frac{E}{c^2}$

Mais comment intégrer cela ?

$p = I_\mu \frac{dE}{dv_\mu}$ $I_\mu = \left(\frac{E}{mc^2}\right)^{2-\mu}$

$E = mc^2 I_\mu^{\frac{1}{2-\mu}}$ $p = m\int I_\mu^{\frac{\mu-1}{2-\mu}} dv_\mu$ $\mu \neq 2$

$c^2 I_\mu^{2\frac{2}{2-\mu}} = \left(\int I_\mu^{\frac{\mu-1}{2-\mu}}\right)^2 = c^2$

$\longrightarrow$ $p = mv_1$

$E = mc^2 I_1$

$c^2 I_2 - \ldots = \ldots$

4

Introduisons des changements de variable adéquats.

$$M = I_\mu \frac{d^2F_\mu}{dv_\mu^2} \qquad r^2 = I_\mu \frac{d}{dv_\mu}\left[I_\mu \frac{d}{dv_\mu}\right]$$

$$= \frac{I_\mu}{v_\mu}\frac{dG_\mu}{dv_\mu} \quad \text{et donc} \quad G_\mu = v_\mu \frac{dF_\mu}{dv_\mu} - F_\mu$$

$$V_\mu = \frac{dF_\mu}{dv_\mu}.$$

Intégrons $G_\mu = \int \frac{v_\mu}{K_\mu} dE$

$$K_\mu = \int \left(\frac{E}{mc^2}\right)^{\mu-4} v_\mu' \, dE.$$

$\mu = 4$: on retrouve le Hamiltonien et le Lagrangien

On obtient $F_\mu = \left(\frac{mc^2}{3-\mu}\right)\left[1 - \left(\frac{1}{c^2}\right)\left(E/mc^2\right)^{\mu-4} dv_\mu\right)\Big]^{\frac{\mu-2}{2}}$

$$F_4 = -mc^2\left[1 - \frac{v_4^2}{c^2}\right]^{1/2}.$$

$$p = I_\mu \frac{dE}{dv} \qquad I_\mu = \left(\frac{E}{mc^2}\right)^{2-\mu} \quad \mu = 2$$

$$M = \frac{d^2E}{dv_2^2} = \frac{E}{c^2} \qquad I_2 = 1$$

$$V = \frac{dE}{dv_2} \qquad M = \frac{d^2E}{dw^2} = \frac{E}{c^2}$$

$$p = \frac{dE}{dw}.$$

CAR : Ds la 2° partie, il y a un implicite.

Un coup de force : cas dénombrable ...

Leibniz nécessité logique : "on n'a pas le choix

hypothétique suggestion de la structure.

Ensemble de points de vue / ~~des mondes~~ Ensemble des mondes

Ds l'économie : il y a des mondes, des points de vue, appelés "modèles"

→ homo oeconomicus. Cf. Lazareto. "Mesure de la richesse"

1 mesure particulière : le travail ... donne 1 point de vue

qui aboutit à une impasse.