Interprétation du théorème de Weyl:

$$\frac{e^{ikr}}{r} = \iint \frac{d\alpha\, d\beta}{\gamma}\, e^{i(\alpha x + \beta y + \gamma |z|)}$$

: rep d'onde sphérique comme somme d'ondes planes monochromatiques dont certaines sont évanescentes.

→ Pour $z>0$, $\vec{k} = (\alpha, \beta, \gamma)$: $K^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$. $\frac{e^{ikr}}{r} = \iint \frac{d\alpha\, d\beta}{\gamma}\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$.

ici k : $\Delta\psi + K^2\psi = 0$, $K = \frac{\omega}{c}$. $\gamma = \sqrt{k^2 - \alpha^2 - \beta^2}$. K

⚠ ici $K = \sqrt{K^2}$. et K^2 devient imaginaire pur.

Weyl tombe sur des fonctions de Bessel → coordonnées cylindriques.

Fonction de Green de l'éq d'Helmholtz.

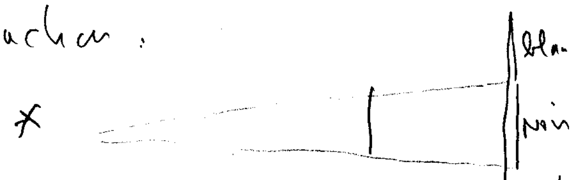
$$\Delta \frac{1}{r} = -4\pi\, \delta(\vec{r}).$$

→ on trouve la f^n de Green et pour la manipuler, on fait des intégrales de contour.

Cf. De Santo : Scalar wave theory : Green's function and applications

Brève histoire de la diffraction : Grimaldi ; Chr. Huygens, Newton, Young, Fresnel, Kirchhoff, Poincaré, Rayleigh, Sommerfeld, Weyl.

Diffraction :



"about fait avant nous" ! franges
NB ! lumière se cumule dans l'ombre.

Hooke et Newton retrouvent (avant) la diffraction de Grimaldi

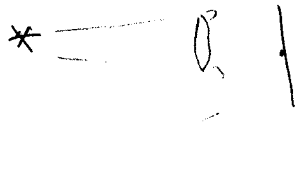
Huygens : chaque point d'une surface d'onde devient source virtuelle d'ondes sphériques qui permettent d'expliquer propagation, réflection, réfraction.

= principe de Huygens-Fresnel

↳ travail sur le spath d'Islande : ondes sphériques + elliptiques :

Cf. Histoire de la lumière (auteur italien).

→ Expérience cruciale



spot lumineux au centre.

Considérons le plan Σ_1 $(z=0)$. Peut-on déterminer le champ en $z>0$?
$f = \iint F(\alpha,\beta;z=0)\, e^{i(\alpha x+\beta y)}\, d\alpha\, d\beta$

Oui : il suffit de faire une convolution :

$$f = \iint F(\alpha,\beta;z=0)\, e^{i(\alpha x+\beta y+\gamma z)}\, d\alpha\, d\beta \qquad \gamma = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-\alpha^2-\beta^2}$$

Chaque exponentielle vérifie l'éq d'onde : donc l'$\iint$ aussi.

La figure de diffraction pour une ouverture circulaire

Pb : le champ en $z=0$ est moins une hypothèse qu'une résultante à partir d'un signal en haut. Comment faire

→ F^ule de Rayleigh de 1re espèce :

Dérivons la f^ule de Weyl : $\frac{\partial}{\partial z}\frac{e^{ikR}}{R} = -\frac{1}{2\pi}\iint_{\mathbb{R}^2} e^{i(\alpha(x-x')+\beta(y-y')+\gamma z)}\, d\alpha\, d\beta$

et on obtient $f(P) = -\frac{1}{2\pi}\iint_{\Sigma} \frac{\partial}{\partial z}\frac{e^{ikR}}{R}\, f(M)\, dM$

F^ule de Rayleigh de 2e espèce. $= -\frac{1}{2\pi}\iint \frac{e^{ikR}}{R}\frac{\partial f(M)}{\partial z}\, dM$

le plus physique ! $\boxed{\text{"spectre d'ondes planes"}}$ "Rayleigh-Dirichlet", "Rayleigh-Neumann", "Kirchhoff"

Ces résultats, équivalents, fournissent des approximations "divergentes", i.e. différentes.

"Et pourtant ça marche".

1re remarque de Huygens : les sources sont virtuelles.

→ cela explique pê la [illegible]

Comment augmenter la transmission ?