**Exercices Première**

**Exercice 1 :**

1. Indiquer en justifiant, si la proposition suivante est vraie ou fausse :

« Soit et deux polynômes du second degré. Si et ont les mêmes racines, alors  »

1. Ecrire la proposition réciproque et dire si elle est vraie ou fausse.

**Exercice 2 :**

1. Soit une équation du second degré (E) de la forme

Montrer que, si et sont de signes contraires alors l’équation (E) a deux solutions.

1. Enoncer la réciproque de la proposition précédente. Est-elle vraie ?
2. La condition «  et sont de signes contraires » est-elle une condition suffisante ou une condition nécessaire pour que l’équation (E) ait deux solutions ?

**Exercice 3 :**

Montrer l’équivalence suivante :

« Soit et deux réels.

et sont deux réels différents qui vérifient le système et sont deux solutions distinctes de l’équation  .»

**Exercice 4 :** Soit une suite définie sur .

1. La proposition suivante est-elle vraie ?

« Une suite dont les trois premiers termes sont strictement positifs est une suite strictement positive. »

1. Ecrire la proposition réciproque de la proposition précédente et dire si elle est vraie ou fausse.

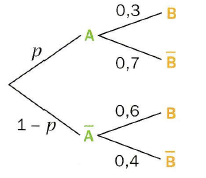
**Exercice 5 :** Soit une suite définie sur .

Soit les propositions P1 : « La suite est arithmétique » et P2 : «  ».

Répondre par vrai ou faux en justifiant.

1. La proposition P1 implique la proposition P2.
2. La proposition P2 implique la proposition P1.
3. Les deux propositions sont équivalentes.

**Exercice 6 :** Une expérience aléatoire est représentée par l’arbre pondéré suivant.



On considère la proposition suivante : « Si alors P(B) »

1. Démontrer que cette proposition est vraie.
2. Enoncer la proposition réciproque. Cette proposition réciproque est-elle vraie ?

**Exercice 7 :**

X est une variable aléatoire qui prend les valeurs

1. Pour chacune des implications suivantes, dire si elle est vraie ou fausse.
   1. Si l’évènement est réalisé alors l’évènement est réalisé.
   2. Si l’évènement est réalisé alors l’évènement est réalisé.
2. Rédiger la réciproque de chacune des implications ci-dessus et dire si elle est vraie ou fausse.

**Exercice 8 :**

et sont deux fonctions définies sur un intervalle I et .

A-t-on équivalence entre les deux propositions suivantes ?

* et sont dérivables en
* est dérivable en

**Exercice** **9 :**

On considère une fonction *f* définie sur telle que .

La proposition « *f* est croissante sur » est-elle vraie ?

**Exercice** **10** **:**

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. Pour tout réel .
2. Pour tout entier naturel .

**Exercice 11 :** Etudier la parité de chacune des fonctions suivantes définies sur .

**Exercice** **12 :**

et sont deux fonctions dérivables sur .

Dire si l’implication ci-dessous est vraie ou fausse, énoncer la réciproque et dire si cette réciproque est vraie ou fausse.

« Si pour tout nombre réel alors les fonctions et ont la même fonction dérivée. »

**Exercice** **13 :**

et sont deux fonctions définies sur un intervalle I.

La proposition suivante est-elle vraie ou fausse ?

« Si est strictement croissante sur l’intervalle I et si pour tout réel de I, , alors est strictement croissante sur I ».

**Exercice 14 :** La suite est définie, pour tout entier naturel *n*, par : .

On admet que, pour tout entier naturel *n*, .

1. La suite est-elle arithmétique ? Est-elle géométrique ?
2. La suite est définie, pour tout entier naturel *n*, par : . Calculer les premiers termes

de la suite . Que pouvez-vous conjecturer concernant la nature de cette suite ? Démontrer-le.

1. Exprimer puis en fonction de *n*.

**Exercice** **15 :**

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?*(justifier !)*

* Il existe un réel tel que  .
* Pour tout réel on a  .

**Exercice 16 :**

Dans chaque cas, compléter lorsque c’est possible la proposition par : « Pour tout(s) …, on a … » ou par « Il existe un (des) …tel que … ».

1. … événement A de probabilité non nulle….
2. Soit un évènement. … événement C ….
3. Soit un évènement. … événement A ….
4. Soit un évènement. … événement A ….
5. … événements A et B de probabilités non nulles….

**Exercice** **17 :**

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?*(justifier !)*

* Il existe des vecteurs et tels que .
* Pour tous vecteurs et , .
* Pour tous vecteurs et , .
* Il existe un vecteur et un vecteur tels que .
* Dans toute expérience aléatoire, quels que soient les événements A et B,
* Soit une fonction dérivable sur un intervalle I et . Si alors est un extrémum de sur I.
* Il existe une unique fonction définie sur ayant comme fonction dérivée la fonction constante égale à 5.

**Exercice** **18 :**

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?*(justifier !)*

désigne la fonction inverse.

* Pour tout nombre réel
* Il existe un nombre réel
* Pour tout nombre réel

**Exercice** **19 : (DM)**

est la fonction définie sur par et

est la fonction définie sur par .

1. Montrer que pour tout réel
2. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?*(justifier !)*
   1. Il existe un nombre réel tel que
   2. Pour tout nombre réel
   3. Pour tout nombre réel
   4. Il existe une tangente à la courbe représentative de parallèle à la droite d’équation

**Sources :** Indice 1ière ; CQFD 1ière ; Variations 1ière ; Hyperbole 1ière; exercices des uns et des autres