**Raisonnement et logique TD Seconde**

**Différents liens entre des propositions**

**Exercice 1 :**

Les phrases suivantes sont-elles des propositions ? Si non, peut-on les compléter pour avoir des propositions ?

 2 est pair

3 est pair

*n* est pair

Soir *n* un entier pair

2 est pair et 3 est pair

2 est pair ou 3 est pair

**Exercice 2 :**

Les phrases suivantes sont-elles des propositions vraies ou fausses ?

1. Un carré est un parallélogramme.
2. Un rectangle est un carré.
3. Un rectangle est un parallélogramme ayant un angle droit.
4. 4 est pair et 6 est impair.
5. 4 est pair ou 6 est impair.

**Exercice 3 :**

 On connaît deux propriétés :

 *Pour tout triangle ABC,* *si ABC est un triangle rectangle en A alors BC² = AB² + AC².*

 *Pour tout triangle ABC, si BC² = AB² + AC² alors ABC est un triangle rectangle en A.*

1. a. Quel est le lien entre la seconde propriété et la première ?
2. b. Quelle est la propriété qui permet de prouver qu’un triangle est rectangle ? Que permet de faire l’autre propriété ?
3. a. Le triangle MNP est tel que MN = 8 cm, NP = 6 cm et MP = 5 cm. Ce triangle est-il rectangle ?

b. Quelle propriété de la question 1 avez-vous utilisée pour répondre ?

Rédigez-la sous la forme « Si … alors … ».

**Exercice 4** **:**

Pour chaque implication :

 • écrire si elle est vraie ou fausse et lorsqu’elle est fausse donner un dessin ou un exemple qui le montre (contre-exemple) ;

 • écrire l’implication réciproque et dire si elle est vraie ou fausse ;

 • dire dans quel cas on a une équivalence.

*Implication* 1: « Si *ABCD* est un carré alors $\vec{AB}=\vec{DC}$ ».

*Implication* 2: « Si $AB=DC$ alors *ABCD* est un parallélogramme ».

*Implication* 3: « Si $\vec{AB}=\vec{BC}$ alors les points *A, B* et *C* sont alignés ».

*Implication* 4: « Si $AB=BC$ alors *B* est le milieu du segment [*AC*] ».

*Implication* 5 : « Si $x>0$ alors $x>1$ ».

*Implication* 6 : « Si $x=5$ alors $x^{2}=25$ ».

*Implication* 7 : « Si $ab=0$ alors $a=0$ ou $b=0$».

**Exercice 5** **:**

On donne deux énoncés A et B. Dans chaque cas, dire si on a : $A⟹$B ; $B⟹A$ ; $A⟺B$.

1. A : « L'animal est un lapin » et B : « l'animal possède 4 pattes et 2 oreilles ».
2. A : « *x* est le carré d'un nombre entier » et B : « *x ≥* 0 ».
3. A : « *MNPS* est un losange » et B : « *MNPS* est un carré ».
4. A : « *MNPQ* est un parallélogramme » et B : « $\vec{MN}=\vec{QP}$ » .

**Exercice 6** **:**

1. *Négation d’un énoncé :*
	1. *a* désignant un nombre réel, écrire la négation de l’énoncé « $a<5$ ».
	2. *x* désignant un nombre réel, écrire la négation de l’énoncé « $x\ne -3$ ».
	3. *n* désignant un entier naturel, écrire la négation de l’énoncé « $n$ est un nombre pair ».
2. *Contraposée d’une implication* :
	1. *x* désignant un nombre réel, écrire la contraposée de l’implication « Si $x=-3$ alors $x^{2}=9$ »
	2. ABC étant un triangle, écrire la contraposée de l’implication « si ABC est un triangle rectangle en A alors BC² = AB² + AC² ».
	3. *x* désignant un nombre réel, écrire la contraposée de l’implication « Si $x<0$ alors $x\leq 5$ »

**Exercice 7** **:**

Pour les propriétés données dans les tableaux ci-dessous préciser si les propositions suivantes sont vraies ou fausses : $\left(1\right)⇒\left(2\right) ;\left(2\right)⇒\left(1\right) ;\left(1\right)⇔(2)$

1. $x$ et $y$ désignent deux nombres réels

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$(1)$$ | $$(2)$$ | $$\left(1\right)⇒\left(2\right)$$ | $$\left(2\right)⇒\left(1\right)$$ | $$\left(1\right)⇔(2)$$ |
| $$x=y$$ | $$x^{2}=y^{2}$$ |  |  |  |
| $$x>2$$ | $$x>0$$ |  |  |  |
| $$x^{2}=9$$ | $$x=3$$ |  |  |  |
| $$xy=0$$ | $$x=0$$ |  |  |  |
| $$xy=1$$ | $$x=1 et y=1$$ |  |  |  |
| $$x<3$$ | $$x^{2}<9$$ |  |  |  |
| $$xy=0$$ | $$x=0 ou y=0$$ |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$(1)$$ | $$(2)$$ | $$\left(1\right)⇒\left(2\right)$$ | $$\left(2\right)⇒\left(1\right)$$ | $$\left(1\right)⇔(2)$$ |
| ABCD est un losange | Les diagonales de ABCD sont perpendiculaires |  |  |  |
| Les droites (d) et (d’) sont sécantes | Les droites (d) et (d’) sont perpendiculaires |  |  |  |
| ABC est un triangleéquilatéral | ABC est un triangle isocèle |  |  |  |
| AI=IB | I milieu de [AB] |  |  |  |
| ABCD est un carré | Les quatre côtés ont la même longueur |  |  |  |
| ABCD est un losange | Les quatre côtés ont la même longueur |  |  |  |

1. Pour chacune des implications fausses des deux tableaux précédents, trouver un contre-exemple pour justifier.

**Connecteurs « ET », « OU »**

**Activité Carte de France**

**Exercice 1** **:**

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

*Proposition A* : « 2 est pair ET 3 est impair ».

*Proposition B* : « 2 est pair OU 3 est pair ».

*Proposition C* : « 2 est pair OU 3 est impair ».

*Proposition D* : « 18 est premier OU 40 est premier ».

*Proposition E* : « 0,1 < 2-1 ET 52 > 12 ».

**Exercice 2** **:**

Compléter par ET ou bien par OU les phrases suivantes :

1. Si *ABCD* est un carré de centre *O* alors $O\in \left[AC\right]$ … $O\in \left[BD\right]$.
2. Si *ABCD* est un trapèze alors (AB) // (CD) … (AD) // (BC).
3. Si *ABC* est un triangle isocèle alors AB = AC …. BA = BC … CA = CB.
4. Si AB = AC … AB = BC alors *ABC* est un triangle équilatéral.
5. Si $D$ et $D'$ sont des droites parallèles alors $D∩D^{'}=∅$ … $D=D'$.
6. Si $x^{2}+y^{2}=0$ alors $x=0$ … $y=0$.
7. Si $ab>0$ alors $\left(a>0…b>0\right)…\left(a<0…b<0\right)$.
8. Si $x\in -5;-2\left[∪\right]2;5$ alors $-5<x-2….2<x<5$.
9. Si $x\in -5;7\left[∩\right]-3;9$ alors $-5<x<7….-3<x<9$.

**Exercice 3** **:**

Soit deux cercles sécants $C\_{1}$et $C\_{2}$. On considère trois points I, J et K tels que :

* Le point I appartient à $C\_{1}$
* Le point J appartient à $C\_{1}$ et $C\_{2}$
* Le point K appartient à $C\_{1}$ou $C\_{2}$.

Les points I, J et K peuvent-ils être :

1. Confondus ?
2. Distincts et alignés ?
3. Distincts et sur le même cercle $C\_{1}$ ?
4. Distincts et sur le même cercle $C\_{2}$ ?

**Exercice 4** **:**

On considère le tableau de signes suivant :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$-\infty $$ | $$2$$ |  | $$5$$ | $$+\infty $$ |
| $$x-2$$ | $$-$$ | $$0$$ | $$+$$ |  | $$+$$ |
| $$5-x$$ | $$+$$ |  | $$+$$ | $$0$$ | $$-$$ |
| $$\left(x-2\right)\left(5-x\right)$$ | $$-$$ | $$0$$ | $$+$$ | $$0$$ | $$-$$ |

Écrire l’ensemble des réels *x* pour lesquels :

1. $\left(x-2\right)\left(5-x\right)\leq 0.$
2. $x-2>0 et 5-x<0.$
3. $x-2<0 ou x>0.$
4. $\left(x-2\right)\left(5-x\right)\leq 0 et x\geq 0.$
5. $\left(x-2\leq 0 et x\geq 0\right) ou \left(5-x\leq 0\right).$

**Quantificateurs**

**Exercice 1** :

A est un point du cercle C de centre O et de rayon *r*. Les propositions suivantes sont incomplètes, les réécrire en utilisant « Pour tout point …, on a… » ou « Il existe un point… tel que… ».

1. « …………………..M appartenant au cercle C …………………. OM = OA ».
2. « …………………..M appartenant au cercle C…………………. AM = *r* ».
3. « …………………..M appartenant au cercle C…………………. (OM) est perpendiculaire à (OA)».
4. « …………………..M extérieur au cercle C…………………. OM = 2*r* ».
5. « …………………..M extérieur au cercle C…………………. OM > *r* ».

**Exercice 2** **:**

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

*Proposition A* : « Pour tout réel *x*, on a (*x* + 1)² = *x*² + 1 ».

*Proposition B* : « Pour tout réel *x*, on a (*x* + 1)² + 1 ≥ 1 ».

*Proposition C* : « Il existe un réel *x* tel que (*x* + 1)² – 1 ≤ 0 ».

*Proposition D* : « Pour tout réel *x*, on a $\sqrt{x²}=x$ ».

**Exercice 3** **:**

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

*Proposition A* : « Il existe des nombres premiers consécutifs ».

*Proposition B* : « Tout nombre premier est impair ».

*Proposition C* : « Il existe un nombre divisible par 4 et par 6 qui n’est pas divisible par 24 ».

**Exercice 4** **:**

**À** l’aide du cours, écrire des propositions universelles en commençant par l'expression « Pour tout ».