Raisonnement et logique   TD Seconde

Différents liens entre des propositions

Exercice 1 :

Les phrases suivantes sont-elles des propositions ? Si non, peut-on les compléter pour avoir des propositions ?

2 est pair
3 est pair
n est pair
Soir *n* un entier pair
2 est pair et 3 est pair
2 est pair ou 3 est pair

Exercice 2 :

Les phrases suivantes sont-elles des propositions vraies ou fausses ?

1) Un carré est un parallélogramme.
2) Un rectangle est un carré.
3) Un rectangle est un parallélogramme ayant un angle droit.
4) 4 est pair et 6 est impair.
5) 4 est pair ou 6 est impair.

Exercice 3 :

On connaît deux propriétés :

Pour tout triangle ABC, si ABC est un triangle rectangle en A alors BC² = AB² + AC².
Pour tout triangle ABC, si BC² = AB² + AC² alors ABC est un triangle rectangle en A.

1. a. Quel est le lien entre la seconde propriété et la première ?
2. b. Quelle est la propriété qui permet de prouver qu'un triangle est rectangle ? Que permet de faire l'autre propriété ?
3. a. Le triangle MNP est tel que MN = 8 cm, NP = 6 cm et MP = 5 cm. Ce triangle est-il rectangle ?
   b. Quelle propriété de la question 1 avez-vous utilisée pour répondre ?
   Rédigez-la sous la forme « Si … alors … ».

Exercice 4 :

Pour chaque implication :

• écrire si elle est vraie ou fausse et lorsqu'elle est fausse donner un dessin ou un exemple qui le montre (contre-exemple) ;
• écrire l'implication réciproque et dire si elle est vraie ou fausse ;
• dire dans quel cas on a une équivalence.

Implication 1 : « Si *ABCD* est un carré alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ».
Implication 2 : « Si $AB = DC$ alors *ABCD* est un parallélogramme ».
Implication 3 : « Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ alors les points *A*, *B* et *C* sont alignés ».
Implication 4 : « Si $AB = BC$ alors *B* est le milieu du segment [*AC*] ».
Implication 5 : « Si $x > 0$ alors $x > 1$ ».
Implication 6 : « Si $x = 5$ alors $x^2 = 25$ ».
Implication 7 : « Si $ab = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$».

Exercice 5 :

On donne deux énoncés A et B. Dans chaque cas, dire si on a : $A \Longrightarrow B$; $B \Longrightarrow A$; $A \Leftrightarrow B$.

1. A : « L'animal est un lapin » et B : « l'animal possède 4 pattes et 2 oreilles ».
2. A : « x est le carré d'un nombre entier » et B : « $x \geq 0$ ».

3. A : « *MNPS* est un losange » et B : « *MNPS* est un carré ».
4. A : « *MNPQ* est un parallélogramme » et B : « $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ » .

Exercice 6 :

1) *Négation d'un énoncé :*
   a) a désignant un nombre réel, écrire la négation de l'énoncé « $a < 5$ ».
   b) x désignant un nombre réel, écrire la négation de l'énoncé « $x \neq -3$ ».
   c) n désignant un entier naturel, écrire la négation de l'énoncé « n est un nombre pair ».
2) *Contraposée d'une implication* :
   a) x désignant un nombre réel, écrire la contraposée de l'implication « Si $x = -3$ alors $x^2 = 9$ »
   b) ABC étant un triangle, écrire la contraposée de l'implication « si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ».
   c) x désignant un nombre réel, écrire la contraposée de l'implication « Si $x < 0$ alors $x \leq 5$ »

Exercice 7 :

Pour les propriétés données dans les tableaux ci-dessous préciser si les propositions suivantes sont vraies ou fausses : $(1) \Rightarrow (2)$; $(2) \Rightarrow (1)$; $(1) \Leftrightarrow (2)$

1) x et y désignent deux nombres réels

(1)	(2)	$(1) \Rightarrow (2)$	$(2) \Rightarrow (1)$	$(1) \Leftrightarrow (2)$
$x = y$	$x^2 = y^2$			
$x > 2$	$x > 0$			
$x^2 = 9$	$x = 3$			
$xy = 0$	$x = 0$			
$xy = 1$	$x = 1$ *et* $y = 1$			
$x < 3$	$x^2 < 9$			
$xy = 0$	$x = 0$ ou $y = 0$			

2)

(1)	(2)	$(1) \Rightarrow (2)$	$(2) \Rightarrow (1)$	$(1) \Leftrightarrow (2)$
ABCD est un losange	Les diagonales de ABCD sont perpendiculaires			
Les droites (d) et (d') sont sécantes	Les droites (d) et (d') sont perpendiculaires			
ABC est un triangle équilatéral	ABC est un triangle isocèle			
AI=IB	I milieu de [AB]			
ABCD est un carré	Les quatre côtés ont la même longueur			
ABCD est un losange	Les quatre côtés ont la même longueur			

3) Pour chacune des implications fausses des deux tableaux précédents, trouver un contre-exemple pour justifier.

Connecteurs « ET », « OU »

Activité Carte de France

Exercice 1 :
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
Proposition A : « 2 est pair ET 3 est impair ».
Proposition B : « 2 est pair OU 3 est pair ».
Proposition C : « 2 est pair OU 3 est impair ».
Proposition D : « 18 est premier OU 40 est premier ».
Proposition E : « $0{,}1 < 2^{-1}$ ET $5^2 > 12$ ».

Exercice 2 :
Compléter par ET ou bien par OU les phrases suivantes :

a) Si *ABCD* est un carré de centre *O* alors $O \in [AC]$ … $O \in [BD]$.
b) Si *ABCD* est un trapèze alors (AB) // (CD) … (AD) // (BC).
c) Si *ABC* est un triangle isocèle alors AB = AC …. BA = BC … CA = CB.
d) Si AB = AC … AB = BC alors *ABC* est un triangle équilatéral.
e) Si D et D' sont des droites parallèles alors $D \cap D' = \emptyset$ … $D = D'$.
f) Si $x^2 + y^2 = 0$ alors $x = 0$ … $y = 0$.
g) Si $ab > 0$ alors $(a > 0 \ldots b > 0) \ldots (a < 0 \ldots b < 0)$.
h) Si $x \in -5; -2[\cup]2; 5$ alors $-5 < x - 2 \ldots .2 < x < 5$.
i) Si $x \in -5; 7[\cap] - 3; 9$ alors $-5 < x < 7 \ldots . -3 < x < 9$.

Exercice 3 :
Soit deux cercles sécants C_1 et C_2. On considère trois points I, J et K tels que :

- Le point I appartient à C_1
- Le point J appartient à C_1 et C_2
- Le point K appartient à C_1 ou C_2.

Les points I, J et K peuvent-ils être :

a) Confondus ?
b) Distincts et alignés ?
c) Distincts et sur le même cercle C_1 ?
d) Distincts et sur le même cercle C_2 ?

Exercice 4 :
On considère le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$5-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$(x-2)(5-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Écrire l'ensemble des réels *x* pour lesquels :

a) $(x-2)(5-x) \leq 0$.
b) $x - 2 > 0$ et $5 - x < 0$.
c) $x - 2 < 0$ ou $x > 0$.
d) $(x-2)(5-x) \leq 0$ et $x \geq 0$.
e) $(x - 2 \leq 0$ et $x \geq 0)$ ou $(5 - x \leq 0)$.

Quantificateurs

Exercice 1 :
A est un point du cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon r. Les propositions suivantes sont incomplètes, les réécrire en utilisant « Pour tout point …, on a… » ou « Il existe un point… tel que… ».

1. « …………………..M appartenant au cercle $\mathcal{C}$ …………………. OM = OA ».
2. « …………………..M appartenant au cercle $\mathcal{C}$…………………. AM = r ».
3. « …………………..M appartenant au cercle $\mathcal{C}$…………………. (OM) est perpendiculaire à (OA)».
4. « …………………..M extérieur au cercle $\mathcal{C}$…………………. OM = 2r ».
5. « …………………..M extérieur au cercle $\mathcal{C}$…………………. OM > r ».

Exercice 2 :
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
Proposition A : « Pour tout réel x, on a $(x + 1)^2 = x^2 + 1$ ».
Proposition B : « Pour tout réel x, on a $(x + 1)^2 + 1 \geq 1$ ».
Proposition C : « Il existe un réel x tel que $(x + 1)^2 - 1 \leq 0$ ».
Proposition D : « Pour tout réel x, on a $\sqrt{x^2} = x$ ».

Exercice 3 :
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
Proposition A : « Il existe des nombres premiers consécutifs ».
Proposition B : « Tout nombre premier est impair ».
Proposition C : « Il existe un nombre divisible par 4 et par 6 qui n’est pas divisible par 24 ».

Exercice 4 :
À l’aide du cours, écrire des propositions universelles en commençant par l'expression « Pour tout ».