Terminale **TD Logique**

<u>Thème Espace</u>

<u>Exercice 1</u> (d'après *Variations* (Hatier) n°92 p 77 et 109 p 79)

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse.
Lorsqu'elle est fausse, donner un contre-exemple

a) « Deux vecteurs quelconques de l'espace sont toujours coplanaires. »

b) « Trois vecteurs quelconques de l'espace sont toujours coplanaires. »

c) « Trois vecteurs dont la somme est égale au vecteur nul sont coplanaires. »

d) « Si A, B, C et D sont des points coplanaires, alors pour tout point M de l'espace, les vecteurs $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{MD}$ sont coplanaires. »

e) « Si deux plans sont parallèles, alors toute droite de l'un est parallèle à toute droite de l'autre. »

f) Si deux plans sont parallèles, alors toute droite de l'un est parallèle à l'autre plan. »

g) « Deux droites parallèles à un même plan sont parallèles. »

<u>Exercice 2</u> (d'après *Variations* (Hatier) n°73 p 107 et 94 p 109 et *Indice* (Bordas) n°66 p 67)

Dans chaque cas, indiquer si les propositions ① et ② sont équivalentes.
Sinon, indiquer quelle implication est fausse et le justifier.

a) $\vec{u}$, $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls.

① $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|$

② $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

b) M, N sont deux points d'un plan $\mathscr{P}$ et $\vec{u}\neq\vec{0}$

① $\vec{u}$ normal à $\mathscr{P}$

② $\overrightarrow{MN}.\vec{u}=0$

c) Soit $\mathscr{D}$ *et* $\mathscr{D}'$ deux droites de l'espace

① $\mathscr{D}$ *et* $\mathscr{D}'$ n'ont pas de point commun

② $\mathscr{D}$ *et* $\mathscr{D}'$ sont strictement parallèles

Thèmes : Fonctions – Dérivations – Limites

Exercice 1 (d'après *Indice* (Bordas) n°77 p 181)

La proposition suivante est-elle vraie pour tout réel k ?

« Si $\lim_{x \to +\infty} f(x) = k$ alors pour tout réel x, $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{k}$. »

Exercice 2 (d'après *Indice* (Bordas) n°70 p 181)

Indiquer si la proposition est vraie ou fausse et justifier

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x$

« Il existe une fonction g définie sur ℝ telle que :

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = -\infty \text{ et } \lim_{x \to +\infty} (f(x) + g(x)) = 2 \text{ . »}$$

Exercice 3 (d'après *Indice* (Bordas) n°55 p 180)

① f est une fonction décroissante sur ℝ

② $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

a) A-t-on ① ⇒ ② ? Si non, donner un contre-exemple.

b) A-t-on ② ⇒ ① ? Si non, donner un contre-exemple.

Exercice 4 (d'après *Indice* (Bordas) n°39 p 213)

Soit la proposition : « Toute fonction polynôme du second degré est convexe sur ℝ. »

1) Cette proposition est-elle vraie ou fausse ?

2) Écrire la négation de cette proposition. Est-elle vraie ?

Exercice 5(d'après *Indice* (Bordas) n°42 p 213)

Indiquer si la proposition est vraie ou fausse et justifier

« Il existe une fonction polynôme du troisième degré dont la courbe n'a pas de point d'inflexion »

Limites de suites

Exercice 6 (d'après *Barbazo* (Hachette) n°18 p 62, *Sésamath* (Magnard) 98 p 33 et 101 p 34)

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, en justifiant la réponse.

1) Si $\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$ alors $\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{u_n} = +\infty$

2) Si (u_n) diverge, alors $\left(\frac{1}{u_n}\right)$ converge vers 0

3) l est un réel. $\lim_{n \to +\infty} u_n = l$ et $\lim_{n \to +\infty} v_n = +\infty$ alors $\lim_{n \to +\infty} (u_n \times v_n) = +\infty$

4) Soient (u_n) et (v_n) deux suites telles que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = \frac{1}{u_n}$

a) Si (u_n) converge, alors (v_n) converge

b) Si (u_n) diverge, alors (v_n) converge vers 0.

5) On considère une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ dont aucun terme n'est nul.

Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \frac{-2}{u_n}$

a) Si (u_n) est convergente, alors (v_n) est convergente.

b) Si (u_n) est minorée par 2, alors (v_n) est minorée par -1.

c) Si (u_n) est décroissante, alors (v_n) est croissante.

d) Si (u_n) est divergente, alors (v_n) converge vers 0.