Terminale **TD Logique**

<u>Thème Espace</u>

<u>Exercice 1</u> (d'après *Variations* année 2020 (Hatier) n°92 p 77 et 109 p 79)

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie
Lorsqu'elle est fausse, donner un contre-exemple

a) « Deux vecteurs quelconques de l'espace sont coplanaires. »

b) « Trois vecteurs quelconques de l'espace sont coplanaires. »

c) « Trois vecteurs dont la somme est égale au vecteur nul sont coplanaires. »

d) « Si *A*, *B*, *C* et *D* sont des points coplanaires, alors pour tout point *M* de l'espace, les vecteurs $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{MD}$ sont coplanaires. »

e) « Si deux plans sont parallèles, alors toute droite de l'un est parallèle à toute droite de l'autre. »

f) « Si deux plans sont parallèles, alors toute droite de l'un est parallèle à l'autre plan. »

g) « Deux droites parallèles à un même plan sont parallèles. »

<u>Exercice 2</u> (d'après *Variations* année 2020 (Hatier) n°73 p 107 et 94 p 109 et *Indice* (Bordas) n°66 p 67)

Dans chaque cas, indiquer si les propositions ① et ② sont équivalentes.
Sinon, indiquer quelle implication est fausse et le justifier.

a) Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.
① $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|$
② $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

b) Soit $\vec{u}$ un vecteur
① $\vec{u}=\vec{0}$
② $\vec{u}.\vec{u}=0$

c) Soit *M*, *N* deux points d'un plan $\mathscr{P}$ et $\vec{u}\neq\vec{0}$
① $\vec{u}$ normal à $\mathscr{P}$
② $\overrightarrow{MN}.\vec{u}=0$

d) Soit $\mathscr{D}$ *et* $\mathscr{D}'$ deux droites de l'espace
① $\mathscr{D}$ *et* $\mathscr{D}'$ n'ont pas de point commun
② $\mathscr{D}$ *et* $\mathscr{D}'$ sont strictement parallèles

Exercice 3

Démontrer l'équivalence :

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

① $\|\vec{u}+\vec{v}\|=\|\vec{u}-\vec{v}\|$

② $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

Thèmes : Fonctions – Dérivations – Limites

Exercice 1 (d'après *Indice* 2020 (Bordas) n°77 p 181)

La proposition suivante est-elle vraie ?

« Soit *f* une fonction définie sur ℝ et soit *k* un réel,

si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=k$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{k}$. »

Exercice 2 (d'après *Indice* 2020 (Bordas) n°70 p 181)

Indiquer si la proposition est vraie ou fausse et justifier

« Soit *f* la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x$

Il existe une fonction *g* définie sur ℝ telle que :

$$\lim_{x \to +\infty} g(x)=-\infty \text{ et } \lim_{x \to +\infty} (f(x)+g(x))=2 \text{ . »}$$

Exercice 3 (d'après *Indice* 2020(Bordas) n°55 p 180)

① *f* est une fonction décroissante sur ℝ

② $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=-\infty$

a) A-t-on ① ⇒ ② ? Si non, donner un contre-exemple.

b) A-t-on ② ⇒ ① ? Si non, donner un contre-exemple.

Exercice 4 (d'après *Indice* (Bordas) n°39 p 213)

A. Soit la proposition : « Toute fonction polynôme du second degré est convexe sur ℝ. »

1) Cette proposition est-elle vraie ?

2) Écrire la négation de cette proposition. Est-elle vraie ?

B. Soit la proposition : « Toute fonction polynôme de degré 3 est convexe sur ℝ. »

1) Cette proposition est-elle vraie ?

2) Écrire la négation de cette proposition. Est-elle vraie ?

Exercice 5(d'après *Indice* 2020 (Bordas) n°42 p 213)

Indiquer si la proposition est vraie ou fausse et justifier

« Il existe une fonction polynôme du troisième degré dont la courbe n'a pas de point d'inflexion »

<u>Limites de suites</u>

<u>Exercice 6</u> (d'après *Barbazo* 2020 (Hachette) n°18 p 62, *Sésamath* 2020 (Magnard) 98 p 33 et 101 p 34)

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses, en justifiant la réponse.

1) Si $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$ alors $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{u_n} = +\infty$

2) Si (u_n) diverge, alors $\left(\frac{1}{u_n}\right)$ converge vers 0

3) l est un réel. Si $\lim_{n\to+\infty} u_n = l$ et $\lim_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ alors $\lim_{n\to+\infty} (u_n \times v_n) = +\infty$

4) Il existe deux suites (u_n) et (v_n) telles que $\lim_{n\to+\infty} u_n = l$, $\lim_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ et $\lim_{n\to+\infty} (u_n \times v_n) = +\infty$

5) Il existe deux suites (u_n) et (v_n) telles que $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$, $\lim_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ et $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$

6) Il existe deux suites (u_n) et (v_n) telles que $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$, $\lim_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ et $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 2$

7) On considère une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ dont aucun terme n'est nul.

Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \frac{-2}{u_n}$

a) Si (u_n) est convergente, alors (v_n) est convergente.

b) Si (u_n) est minorée par 2, alors (v_n) est minorée par -1.

c) Si (u_n) est décroissante, alors (v_n) est croissante.

d) Si (u_n) est décroissante et strictement positive, alors (v_n) est décroissante.