

# DES PISTES POUR LE STAGE

## Des idées en vrac

- Cécile A. a sélectionné des extraits de rapports d'agrégation. Les remarques qui reviennent régulièrement :
  - Démonstration de l'égalité de deux ensembles par double inclusion. L'une des deux (l'inclusion « facile ») est souvent omise.
  - Résolutions d'équations : les lignes de calcul sont empilées, sans que l'équivalence soit notifiée, ou alors avec une utilisation abusive de l'équivalence.
  - Pour certains candidats, « P équivalent à Q » signifie « P vrai ou Q vrai ».
  - Les connecteurs sont utilisés comme des abréviations
  - Confusions entre implication et équivalence, entre condition nécessaire et suffisante.
  - Récurrence
  - Confusion entre raisonnement par l'absurde et raisonnement par contraposée
  - Les quantificateurs sont absents ou inappropriés
- Hombeline propose des copies d'étudiants de L1 : évaluation de méthodo maths de fin de semestre. On retrouve les mêmes problèmes qu'en lycée. Piste pour démarrer un stage, en prenant appui sur qqes copies rédigées pas lycéens/étudiants ?
- On démarre par un visionnage d'une vidéo de logique (car c'est ce que font les élèves) ? Par ex vidéos Y.Monka, exo7, Lumni, mic math...
- Expliciter la différence entre lycée et sup.

Par exemple, au lycée on admet que démo une implication, c'est démontrer sa contraposée. Dans le supérieur, sup on démontre pourquoi. On donne les tables de vérité et on montre l'équivalence entre implication et contraposée (mais ça n'est pas pour autant que la méthode pour démontrer une implication va changer : est-ce que l'hypothèse « P est vraie » va bien impliquer « Q est vraie ».)
- Continuité lycée/sup. Ne pas détruire. On donne la définition de la limite avec les epsilon et on montre par exemple l'unicité de la limite mais ça n'est pas pour autant que les méthodes de calcul de limite vont changer (fonctions de ref, limite d'une somme, etc.)
- bien travailler différence entre équivalence et implication. Pour les élèves, toutes les implications sont des équivalences. Pb : la première fois qu'ils rencontrent une implication, c'est avec le th. De Pythagore. Or pour Pythagore, la réciproque est vraie. D'où la confusion qu'ils font ensuite ? Hombeline a souvenir d'un pb de primaire « analyse-synthèse » (distances... trésor)
- partir d'extraits de manuel, quantificateurs cachés.

- On peut avoir une approche historique et montrer que la récurrence n'est pas apparue du jour au lendemain (voir par exemple <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAA/AAA13070/AAA13070.pdf>)

- Origine de la définition de l'implication ? (Hombeline)

- Logique et programmation ? Python, et/ou

- Les participants repartent avec des activités clés en main, une progression.

- Au niveau collège (marie a discuté avec P.H.Villaume , collègue Victor Hugo) :

Il n'y a pas explicitement de contenu de logique dans les programmes de collège.

Implication/réciproque , quantificateurs cachés : 5eme « Si 2 angles sont opposés par le sommet, alors ils ont même mesure. »,

Implication/réciproque , quantificateurs cachés : 4eme « Si deux nombres sont pairs, alors leur somme est paire. »

Négation d'une proposition universelle : (3eme) Quel est l'évènement contraire de « obtenir 3 fois pile » ?

Equivalences : (5ème) « Un triangle est constructible ssi la longueur de son plus grand côté est inférieure à la somme des longueurs des 2 autres côtés ». On donne 3 longueurs, est-ce que le triangle est constructible ? Utilisée dans le sens direct, réciproque, contraposé, négation de la contraposés, on l'utilise sans faire la distinction.

## Un peu moins en vrac

1. Fil directeur/résumé (à remettre en forme SVP, c'est le texte que nous allons je pense transmettre pour l'inscription au PAF)

Formation centrée sur la logique.

La logique n'est pas abordée de la même manière au collège, au lycée et dans le supérieur, mais elle est présente partout.

Nous nous intéresserons à justifier certains types de raisonnements et à les mettre en œuvre lors de la résolution d'exercices de différents niveaux, de la sixième à la L1.

Les thèmes abordés seront principalement l'implication et les quantificateurs.

Idée Charles : faire apparaître dans le résumé que c'est normal que certains enseignants trouvent difficile la logique voire aient un peu peur de l'aborder, car ils n'en ont pas forcément le socle théorique. L'idée du stage est de donner les outils théorique qui légitiment les méthodes pratiques utilisées dans le secondaire. Charles nous fera une belle phrase.

## 2. Titre

Logique du collège à l'université : ruptures ou continuité ?

## 3. Sous-titre

Regards croisés entre enseignants sup et second degré.

## 4. Format

1 journée, soit 6h

## 5. Déroulé de la journée (deux thèmes : un le matin, un l'après-midi)

- a. Premier thème : l'implication (une demi-journée)

- Introduction/motivation :

Remarques du jury du capes + copies L1+ extraits de manuels (on trouve différentes définitions de l'implication. Discussion : est-ce qu'elles sont identiques ou pas ? Comparer les définitions de l'implication chez Bordas Hyperbole p 526 et indice p449 – Charles- )

- Théorie :

implication et équivalence avec la contraposée (Cécile A )

- Synthèse :

Retour aux manuels et aux différentes définitions

Peut-être qu'un moyen de contourner les difficultés à comprendre l'implication est de réfléchir au seul cas possible ou « P implique Q » est faux (Adeline).

- En pratique :

aux élèves on ne fait pas de table.

Comment démontrer une implication ?

$P \Rightarrow Q$  est tjrs vraie, sauf quand elle est fausse, c'est-à-dire quand P vraie et Q fausse.

Donc

pour mq une implication est vraie : ...

pour mq une un implication est fausse : ...

- Au boulot !

On présente une sélection d' énoncés d'exercices qui illustrent le travail de l'implication au fil des chapitres/années : un exo par thème et par années (depuis collège (Christine le Moal ? voir les idées de P.H.Villaume à la fin de la partie « des idées en vrac »?), jusqu'à la L1

On fait faire aux participants des exos de L1 (sauf si public pas adapté)

Un exo (fin de matinée ou début d'après-midi) : démontrer l'équivalence entre implication et contraposée, et à l'occasion faire vérifier que l'on a effectivement besoin de toutes les cases de la table de vérité.

Erreur manuel. Implication. Adeline : Indice Bordas Avril 2022, sujet F p 325, question 3

## b. Second thème : les quantificateurs- quel que soit/il existe et dans quel ensemble- (une demi-journée)

- Introduction/motivation :

Extrait copie : bac blanc Adeline ? Compléter par un exo niveau seconde (colinéarité vecteurs, arithmétique, nature des nombres)?

Intro : trouver les quantificateurs cachés (extraits manuels ou copies d'élèves)

Le symbole « quel que soit » est utilisé au lycée.

Le symbole « il existe » n'est pas utilisé car le quantificateur pas beaucoup dans les exercices. En fait, il est souvent caché : on dit « calculer le rang à partir duquel... » plutôt que « montrer qu'il existe un rang », on utilise des boucle while (il faut donc s'être assuré qu'il existe un rang d'arrêt)

On trouve parfois dans les manuels « résoudre l'équation » : sur quel ensemble ? ex : résoudre  $x^2 = -1$  (Christine : ça apparaît ds certains chap, pas dns un autre)

- Théorie :

Prop universelles existentielles et leurs négations.

- Exos :

Ordre des quantificateurs (plutôt niveau L1)

Fiche "Logique et quantificateur" de Christine, exo 4 avec les surfaces grisées

## 6. Commentaires pour les formateurs :

- On ne déconstruit pas dans le supérieur les méthodes établies au lycée: on les poursuit, on les justifie, on les affine.
- On fait travailler les stagiaires à partir d'un échantillon d'exercices qui seront rassemblés sur un document avec lequel ils repartiront. Mais ils auront bien évidemment en plus accès à tous les documents que nous aurons rédigés (et déposés sur le site ?)
- Attention la journée est dense. Surtout la matinée.
- Ne pas passer trop de temps sur la L1. Bien penser à s'adresser à tout le monde.
- Proposer certains moments par groupes (groupe collège/groupe lycée) en fin de demi-journée ? puis mise en commun

Doc mis à jour le 20/03/24