

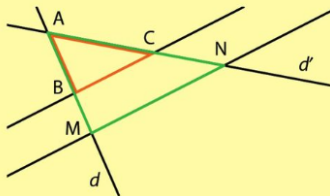
Thalès !

Le théorème de Thalès

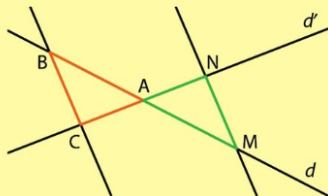
Théorème

Théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Configuration classique



Configuration « en papillon »

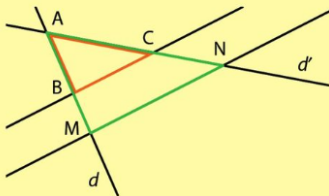
Source : Mission Indigo mathématiques 3ème (Hachette, 2020).

Le théorème de Thalès

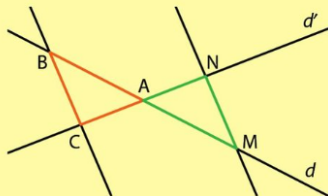
Théorème

Théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Configuration classique



Configuration « en papillon »

Source : Mission Indigo mathématiques 3ème (Hachette, 2020).

THÉORÈME Si (DB) et (EC) sont deux droites sécantes en A avec (BC) et (DE) parallèles, alors on peut écrire les égalités :

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

Source : Dimensions mathématiques 3ème (Hatier, 2016).

Des réciproques... les énoncés sont-ils vrais ?

Théorème (Réciproque du théorème de Thalès)

Si les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre et que les rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$ sont égaux, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Source : Le livre scolaire maths 3ème manuel de cours (2021).

Des réciproques... les énoncés sont-ils vrais ?

Théorème (Réciproque du théorème de Thalès)

Si les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre et que les rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$ sont égaux, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Source : Le livre scolaire maths 3ème manuel de cours (2021).

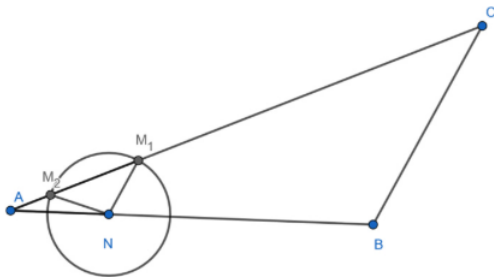
Réciproque du théorème de Thalès et droites parallèles

Réciproque du théorème de Thalès :

Si les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre et que deux des trois rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$ sont égaux, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

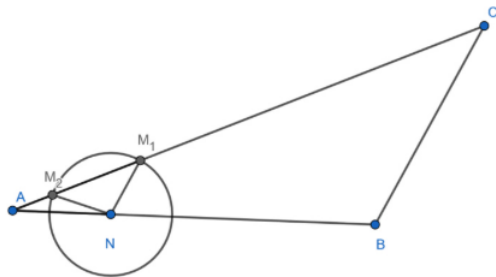
Source : Le livre scolaire maths 3ème cahier d'exercices (2021).

Quand on ne choisit pas bien les deux rapports



Ponctuellement ça marche : les points A, M_1, C et A, N, B sont alignés dans le même ordre et $\frac{M_1 N}{BC} = \frac{AN}{AB}$ et on a bien $(M_1 N) \parallel (BC)$.

Quand on ne choisit pas bien les deux rapports



Ponctuellement ça marche : les points A, M_1, C et A, N, B sont alignés dans le même ordre et $\frac{M_1N}{BC} = \frac{AN}{AB}$ et on a bien $(M_1N) \parallel (BC)$.

Mais en général cela ne marche pas : les points A, M_2, C et A, N, B sont alignés dans le même ordre et $\frac{M_2N}{BC} = \frac{AN}{AB}$, pourtant les droites (M_2N) et (BC) ne sont pas parallèles.

Des réciproques... les énoncés sont-ils vrais ? – suite

Théorème (Réciproque du théorème de Thalès)

Si les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre et que les rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$ sont égaux, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Remarques :

- On calcule les rapports séparément afin de les comparer. Il faut que les deux conditions (l'égalité de trois rapports **et** l'ordre des points) soient vérifiées pour conclure sur le parallélisme.
- Si l'une des deux conditions n'est pas vérifiée alors les droites ne sont pas parallèles.

Source : Le livre scolaire maths 3ème manuel de cours (2021).

Réciproque du théorème de Thalès et droites parallèles

Réciproque du théorème de Thalès :

Si les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre et que deux des trois rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$ sont égaux, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Remarque :

Attention, il faut que les deux conditions soient vérifiées (l'ordre des points et l'égalité de deux rapports) pour pouvoir conclure au parallélisme. S'il manque l'une des deux conditions, on conclut alors sur le non parallélisme des droites.

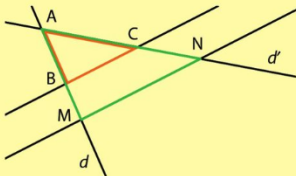
Source : Le livre scolaire maths 3ème cahier d'exercices (2021).

Une réciproque ?

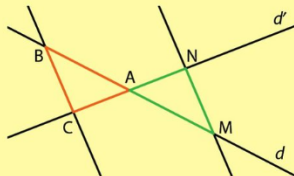
Théorème

Théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Configuration classique



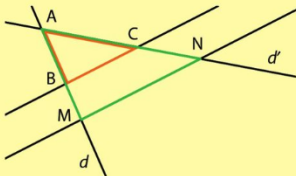
Configuration « en papillon »

Une réciproque ?

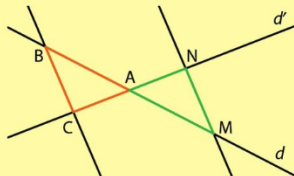
Théorème

Théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Configuration classique

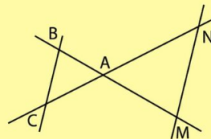


Configuration « en papillon »

Théorème

Théorème de Thalès : réciproque

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



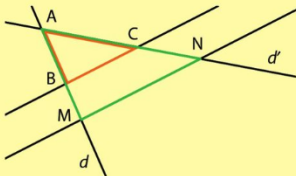
Source : Mission Indigo maths 3ème (Hachette, 2020)

Une réciproque ?

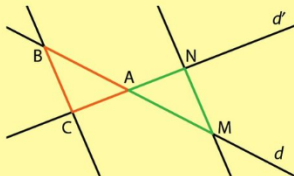
Théorème

Théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Configuration classique

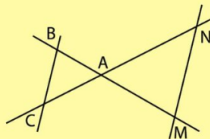


Configuration « en papillon »

Théorème

Théorème de Thalès : réciproque

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



Source : Mission Indigo maths 3ème (Hachette, 2020)

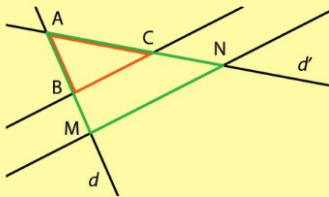
Est-ce bien une réciproque ?

Une réciproque ?

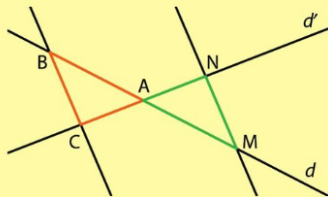
Théorème

Théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Configuration classique



Configuration « en papillon »

Proposez une reformulation du théorème de Thalès
et une vraie réciproque de cette reformulation.

Une proposition (imparfaite)

Théorème 1 (Thalès)

Soient A, M, B et A, N, C des points du plan alignés [dans le même ordre].

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Dans ce cas, ce rapport est aussi égal à $\frac{MN}{BC}$.

Théorème 2 (réciproque du théorème de Thalès)

Soient A, M, B et A, N, C des points du plan alignés dans le même ordre.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Dans ce cas, ce rapport est aussi égal à $\frac{MN}{BC}$.

Dans le supérieur

Théorème de Thalès et sa réciproque dans le plan

Dans un espace affine de dimension 2, soient D et D' deux droites affines sécantes en un point O . Soient $A, B \in D$ et $A', B' \in D'$ quatre points distincts entre eux et de O .

Les droites (AA') et (BB') sont parallèles si et seulement si $\frac{\overline{OB'}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$.

Dans ce cas, ce rapport vectoriel est aussi égal à $\frac{\overline{BB'}}{\overline{AA'}}$

