

ÉLÉMENTS DE LOGIQUE POUR LES  
ENSEIGNANTS  
PREMIÈRE PARTIE: PROPOSITIONS ET  
CONNECTEURS LOGIQUES

marie.kersale@univ-fcomte.fr

IREM

Bases de logique mathématique en lien avec des modes de  
raisonnement utilisés pour démontrer.  
Exposé non exhaustif.

## Définition

- *Une proposition logique est un énoncé qui est soit VRAI, soit FAUX.  
On dit que "VRAI" et "FAUX" sont les valeurs de vérité de la proposition.*

## Définition

- *Une proposition logique est un énoncé qui est soit VRAI, soit FAUX.  
On dit que "VRAI" et "FAUX" sont les valeurs de vérité de la proposition.*
- *Un prédicat est un énoncé qui dépend d'un paramètre ou de plusieurs paramètres et tel que, dès qu'on choisit un ensemble de valeurs de ce(s) paramètre(s), cet énoncé est soit VRAI, soit FAUX.*

## Définition

*Si  $P$  et  $Q$  sont deux propositions,*

- *on note «  $P$  OU  $Q$  » ou «  $P \vee Q$  », la proposition qui est VRAIE dès que l'une au moins des deux propositions  $P$  et  $Q$  est vraie, et FAUSSE si  $P$  et  $Q$  sont toutes les deux fausses.*

## Définition

*Si  $P$  et  $Q$  sont deux propositions,*

- *on note «  $P$  OU  $Q$  » ou «  $P \vee Q$  », la proposition qui est VRAIE dès que l'une au moins des deux propositions  $P$  et  $Q$  est vraie, et FAUSSE si  $P$  et  $Q$  sont toutes les deux fausses.*
- *on note «  $P$  ET  $Q$  » ou «  $P \wedge Q$  », la proposition qui est VRAIE si  $P$  et  $Q$  sont toutes les deux vraies, et FAUSSE dès que l'une au moins des deux propositions  $P$  et  $Q$  est fausse.*

## Définition

*Si  $P$  et  $Q$  sont deux propositions,*

- *on note «  $P$  OU  $Q$  » ou «  $P \vee Q$  », la proposition qui est VRAIE dès que l'une au moins des deux propositions  $P$  et  $Q$  est vraie, et FAUSSE si  $P$  et  $Q$  sont toutes les deux fausses.*
- *on note «  $P$  ET  $Q$  » ou «  $P \wedge Q$  », la proposition qui est VRAIE si  $P$  et  $Q$  sont toutes les deux vraies, et FAUSSE dès que l'une au moins des deux propositions  $P$  et  $Q$  est fausse.*
- *on note « NON ( $P$ ) » ou «  $\neg P$  », la proposition qui est VRAIE si la proposition  $P$  est fausse et qui est FAUSSE si la proposition  $P$  est vraie.*

## Définition

*Si  $P$  et  $Q$  sont deux propositions,  
on note «  $P \implies Q$  » la proposition «  $NON(P)$  OU  $Q$  »  
et on lit " $P$  implique  $Q$ ".  
Dans «  $P \implies Q$  », la proposition  $P$  s'appelle la prémisse.*

## Définition

*Si  $P$  et  $Q$  sont deux propositions,  
on note «  $P \implies Q$  » la proposition «  $\text{NON}(P)$  OU  $Q$  »  
et on lit " $P$  implique  $Q$ ".*

*Dans «  $P \implies Q$  », la proposition  $P$  s'appelle la prémisse.*

Lorsque la proposition «  $P \implies Q$  » est vraie, on dit indifféremment :

- $P$  implique  $Q$ ,
- $Q$  est une **condition nécessaire** pour  $P$ ,
- $P$  est une **condition suffisante** pour  $Q$ .

## Définition

*Si  $P$  et  $Q$  sont deux propositions, on note «  $P \iff Q$  » et on lit "P équivalent à Q" la proposition «  $(P \implies Q)$  ET  $(Q \implies P)$  ».*

## Définition

*Si  $P$  et  $Q$  sont deux propositions, on note «  $P \iff Q$  » et on lit "P équivalent à Q" la proposition «  $(P \implies Q)$  ET  $(Q \implies P)$  ».*

Lorsque la proposition «  $P \iff Q$  » est vraie, on dit indifféremment :

- les propositions  $P$  et  $Q$  sont **équivalentes**,
- $P$  est une **condition nécessaire et suffisante** pour  $Q$ ,
- $P$  **si, et seulement si**,  $Q$ .

## Définition

Etant donnée une implication «  $P \implies Q$  », on lui associe les propositions logiques suivantes :

- **Implication contraposée**

L'implication «  $NON(Q) \implies NON(P)$  » est appelée implication contraposée de l'implication «  $P \implies Q$  ».

## Définition

Etant donnée une implication «  $P \implies Q$  », on lui associe les propositions logiques suivantes :

- **Implication contraposée**

L'implication «  $\text{NON}(Q) \implies \text{NON}(P)$  » est appelée implication contraposée de l'implication «  $P \implies Q$  ».

- **Implication réciproque**

L'implication «  $Q \implies P$  » est appelée implication réciproque de «  $P \implies Q$  ».