

## Théorème de Thalès et sa réciproque

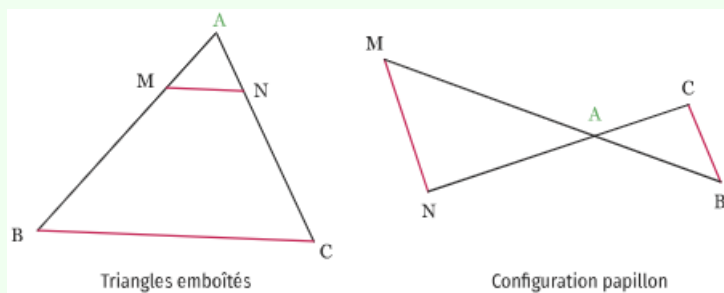
### I. Dans le secondaire

Dans les manuels du secondaire, le théorème de Thalès et sa réciproque sont généralement énoncés comme suit.

#### ✿ Théorème 1 : *Théorème de Thalès (chez Hatier et le livre scolaire)*

Si  $(BM)$  et  $(CN)$  sont deux droites sécantes en  $A$  avec  $(BC)$  et  $(MN)$  parallèles, alors on a

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



#### ✿ Théorème 2 : *Théorème de Thalès (chez Indigo et Delta)*

Si les points  $A, M, B$  et  $A, N, C$  sont alignés et si les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles, alors on a

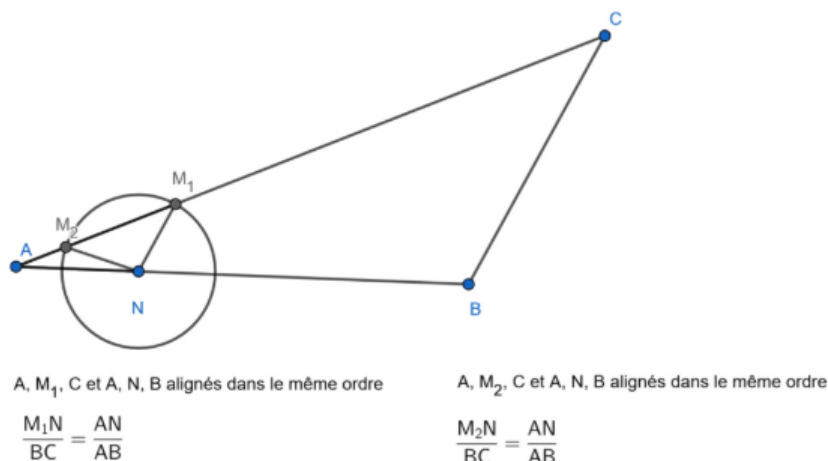
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

#### ✿ Théorème 3 : *Réciproque du théorème de Thalès*

Si les points  $A, M, B$  et  $A, N, C$  sont alignés dans le même ordre et si  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  alors les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles (et on a  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ ).

#### 📍 Remarques :

- Souvent, Dans le théorème de Thalès, l'égalité des trois rapports est demandée.
- Pour la réciproque, il faut faire attention à bien exclure le troisième rapport, sinon rien ne garantit le parallélisme...



#### 📌 Démonstration :

##### Une démonstration par Euclide

La « réciproque du théorème de Thalès », comme énoncée dans le secondaire, n'en est pas une à proprement parler. Le théorème de Thalès est énoncé comme « Si P et Q alors R ». Sa réciproque devrait être « Si R alors P et Q ».

## II. Dans le supérieur

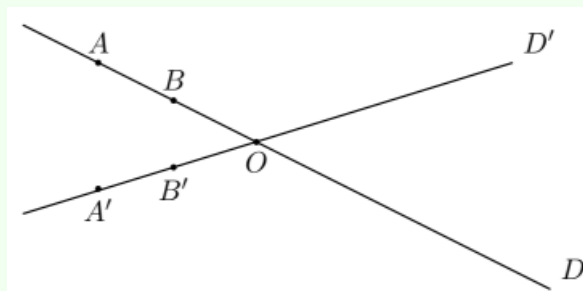
Dans le supérieur, le théorème et sa réciproque sont généralement énoncés comme suit.

### ✚ Théorème 4 : Thalès et sa réciproque dans le plan

Dans un espace affine de dimension 2, soient  $D$  et  $D'$  deux droites affines sécantes en un point  $O$ . Soient  $A, B \in D$  et  $A', B' \in D'$  quatre points distincts entre eux et de  $O$ .

Les droites  $(AA')$  et  $(BB')$  sont parallèles si et seulement si  $\frac{\overline{OB'}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$ .

Dans ce cas, ce rapport vectoriel est aussi égal à  $\frac{\overline{BB'}}{\overline{AA'}}$



### ✚ Démonstration :

† Demander à Cécile la version latex si besoin.

## III. Retour au secondaire

Si l'on proposait plutôt l'énoncé suivant.

### ✚ Théorème 5 : Théorème de Thalès

Soient  $A, B, M$  et  $A, C, N$  des points du plan alignés (dans le même ordre).

Si les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles alors  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ .

Dans ce cas, ce rapport est aussi égal à  $\frac{MN}{BC}$

### ✚ Théorème 6 : Réciproque du théorème de Thalès

Soient  $A, B, M$  et  $A, C, N$  des points du plan alignés dans le même ordre.

Si  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  alors les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles.

Dans ce cas, ce rapport est aussi égal à  $\frac{MN}{BC}$

Sources :

Le livre scolaire - mai 2021

Delta maths 3ème - éd. Magnard - 2016

Mission indigo maths 3ème - éd Hachette - 2020

Dimensions maths 3ème - éd Hatier - 2016